



به نام خدا
دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج

| | |
|------|----------------|
| نمره | نمره تجدید نظر |
|------|----------------|

سوال‌های امتحانی درس ریاضی عمومی (۱) (فیزیک) استاد نیسال دوم ۸۲-۸۳ مدت پاسخگویی ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان ۸۲/۳/۱ استفاده از ماشین حساب مجاز غیر مجاز بارم واحد علمی تحقیق یا پروژه بارم واحد نظری
نام و نام خانوادگی شماره دانشجویی مشخصه شماره صندلی

سوال اول. (۲ نمره)

ابتدا نشان دهید دنباله $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ که به صورت زیر تعریف شده است همگراست، سپس حد آنرا بیابید.

$$a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n} ; a_1 = \sqrt{2} ; n \in \mathbb{N}$$

سوال دوم. (۳ نمره)

محصول هر یک از عبارات زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^{x^x} - 1) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x - \sinh x} \int_0^x \tan t^t dt \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{n!}}$$

سوال سوم. (۲ نمره)

مقدار بیانگین در مشتق را بیان کنید، و با استفاده از آن نشان دهید:

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{20} < \text{Arc tan } \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{4} + \frac{1}{6}$$

سوال چهارم. (۳ نمره)

محصول هر یک از انتگرالهای زیر را بدست آورید.

$$\int \frac{x + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} dx \quad \int_0^{\pi} \frac{x dx}{1 + \cos^2 x}$$

سوال پنجم. (۲ نمره)

الف) مرکز جرم ناحیه بین $y = 2x$ و $y = 4$ و محور x را بدست آورید.

ب) کار انجام شده توسط جسمی که تحت تاثیر نیروی $F = F_0 \cos \omega t$ نوسانات سینوسی $x = x_0 \sin \omega t$ می کند را در یک دوره تناوب بیابید.

سوال ششم. (۳ نمره)

الف) شعاع و فاصله همگرایی سری $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n \ln n}$ را تعیین کنید.

ب) نوع سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + (1/n)^n}$ را از نظر همگرایی یا واگرایی تعیین کنید.

ج) فقط با استفاده از سری مک لورن، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Arcsin } x - \sin x}{x(1 - \cos x)}$ را بدست آورید.

سوال هفتم. (۲ نمره)

الف) متادله $e^z = -1$ را در میدان اعداد مختلط حل کنید.

ب) اگر $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ ثابت کنید $x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta$

گروه آموزشی مهندسی فضلی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org

حل تشریحی سوالات
در کلاسهای حضوری
مهندس فضلی
۰۹۱۲ ۳۵۷۱۲۰۴

موفق باشید.

یوسفی

جهان سازاریست از ریاضی.

امتحان ریاضی عمومی ۱

توجه: پاسخ سوالات را مرتب و با خط خوانا بنویسید.

سوال اول- مشتق تابع $f(x) = \sin x$ را با استفاده از تعریف بدست آورده و از آن مشتق تابع $y = \cos x$ را نتیجه گرفته سپس مقدار $g'(0)$ را که در آن $g(x)$ به صورت زیر است، بدست آورید.

$$g(x) = (1 - \sin x)^{\cos x}$$

سوال دوم- قضیه مقدار میانگین در مشتق را بیان و با استفاده از آن نشان دهید:

$$\frac{1}{1+b^2} < \text{Arc tan } b - \text{Arc tan } a < \frac{1}{1+a^2}, \quad 0 < a < b$$

سوال سوم- انتگرالهای زیر را حل کنید.

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx, \quad \int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + x + 1}}, \quad \int \frac{1 + \tan^2 x}{2 + \tan^2 x} dx$$

سوال چهارم- تابع $\Gamma(n) = \int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx$ به ازای $n > 0$ مفروض است.

الف) ابتدا رابطه کاهش $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$ را ثابت کنید و با استفاده از آن مقدار هر یک از انتگرالهای زیر را بدست آورید.

$$\int_0^{\infty} x^r e^{-x} dx, \quad \int_0^{\infty} x^r e^{-x} dx$$

ب) با تغییر متغیر مناسب و تبدیل کردن به $\Gamma(n)$ ، نشان دهید $\int_0^1 x^m (\ln x)^n dx = (-1)^n \frac{n!}{(m+1)^{n+1}}$

سوال پنجم- حاصل هر یک جدهای زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)^{\frac{1}{x}}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\tan x} \int_0^x \frac{e^{x-t}}{\sqrt{t}} dt, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \int_0^x [\sqrt{\sin x}] dx \quad ([] \text{ جزء صحیح می باشد})$$

سوال ششم- دو تابع $y = -x^2$ و $y = x^2 - x - 1$ را در نظر بگیرید.

الف) مساحت بین دو منحنی را بدست آورید.

ب) حجم حاصل از دوران ناحیه بین دو منحنی فوق حول محور $y = 1$ بیاید.

گروه آموزشی مهندسی فضایی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد- کنکور کاردانی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org

محل آشنایی با اساتید
در کلاس ۴ نفره
مدرس و مدرس
۰۹۱۲۳۵۷۱۲۰۴

موفق باشید

یوسنی

الخطی با تلمی از قوانین خلف و معارف درست تبدیل است

ریاضی عمومی ۱

توجه: پاسخ سوالات را مرتب و با خط خوانا بنویسید.

سوال اول. الف) تابع $f(x)$ بصورت $f(x) = \int_0^x e^{x-t} dt$ مفروض است، $f'(1)$ را بدست آورید.
 ب) اگر f برای $x > 0$ بیوسته باشد و $f(x) = 1 + \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt$ ، در این صورت ضابطه f را بیابید.

سوال دوم. الف) انتگرالهای مقابل را حل کنید. $\int \frac{dx}{x + \sqrt{x}}$ ، $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$

ب) در صورت همگرا بودن انتگرالهای زیر، عدد همگرایی را تعیین کنید.

$$f(x) = \int_0^{\infty} e^{-x} \cos x dx \quad f(x) = \int_{-1}^1 \frac{dx}{x\sqrt{x}}$$

سوال سوم. با استفاده از رابطه کاهشی برای $I_n = \int x^n e^x dx$ ، حاصل $\int x^6 e^x dx$ را بدست آورید.

گروه آموزشی مهندسی فضایی
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
 کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org

سوال چهارم. دو منحنی $y = x^2$ و $x = y^2$ را در نظر بگیرید.

الف) مساحت بین دو منحنی را بدست آورید.

ب) حجم حاصل از دوران ناحیه بین دو منحنی، حول محور x را بیابید.

سوال پنجم. نوع سری های زیر را از نظر همگرایی یا واگرایی تعیین کنید.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2 + 1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{3^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$$

ریاضیات

قله مرتفع علم است

که صعودش میسر نیست

إلا در پرتو تلاش و کوشش معلوم

سر بلند و پیروز باشید

بوسه

ریاضی عمومی ۱

فقط به شش سوال زیر پاسخ دهید.

سوال اول.

الف) حاصل هر یک حدهای زیر را بدست آورید.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n\sqrt{n}} (\sqrt{n+1} + \sqrt{n+2} + \dots + \sqrt{2n-1}) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x \frac{1}{\sqrt{t}} (1 + \sin \sqrt{t})^{1/\sqrt{t}} dt$$

ب) ثابت کنید اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L$ ، آنگاه $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_n}{n} = L$.

سوال دوم.

الف) ثابت کنید بین هر دو ریشه حقیقی معادله $e^x \sin x = 1$ حداقل یک ریشه حقیقی $e^x \cos x = -1$ قرار دارد.

ب) قضیه کوشی (تعمیم مقدار میانگین در مشتق) را بیان کنید، سپس نشان دهید:

$$\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} < \frac{\ln(1+x)}{\sin^{-1} x} < 1 \quad , \quad 0 < x < 1$$

سوال سوم.

الف) حاصل هر یک انتگرالهای مقابل را بدست آورید.

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2+x+1}} dx \quad , \quad \int_0^{\pi} \frac{x}{1+\cos^2 x} dx$$

ب) با توجه به اینکه $\int_0^{\infty} \frac{1-\cos x}{x^2} dx = \frac{\pi}{2}$ ، نشان دهید $\int_0^x \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$ و از آنجا مقدار $\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx$ را بدست آورید.

سوال چهارم. سری مک لورن تابع $f(x) = \tan^{-1} x$ و $g(x) = \ln(1+x)$ را بدست آورید و از آنجا:

الف) حد سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}$ را بیابید.

ب) مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left(\frac{\ln(1+x)}{1+x} - \tan^{-1} x \right)$ تعیین کنید.

سوال پنجم.

الف) به ازای چه مقادیری از x سری مقابل همگراست.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^n$$

ب) ثابت کنید: $\frac{\pi}{4} < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1} < \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$ (راهنمایی: $\frac{1}{(n+1)^2+1} < \frac{1}{n^2-1} < \frac{1}{n^2+1}$).

سوال ششم.

الف) اگر \bar{z} مزدوج عدد مختلط z باشد، عبارت زیر را محاسبه کنید.

$$p = (z - \bar{z})(z^2 - \bar{z}^2)(z^3 - \bar{z}^3) \dots (z^n - \bar{z}^n)$$

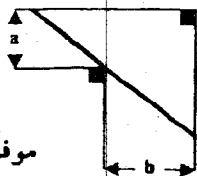
ب) اگر $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ ، نشان دهید: $x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta$.

سوال هفتم.

الف) طول یک کمان از سیکلویده به معادله داده شده را در فاصله $0 \leq \theta \leq 2\pi$ را بدست آورید.

$$x = a(\theta - \sin \theta) \quad , \quad y = a(1 - \cos \theta)$$

ب) طول بلندترین نردبانی که بتوان از گوشه دیواری که ابعادش در شکل داده شده است، عبور داد را بیابید.



موفق باشید

ریاضی عمومی ۱

سوال اول. مشتق تابع $f(x) = \ln x$ را با استفاده از تعریف بدست آورده و از آن مشتق تابع $\log_a x$ را نتیجه گرفته سپس در هر مورد $\frac{dy}{dx}$ به دست آورید.

$$\begin{cases} x = \sin^{-1} t \\ y = t e^{\tan t} \end{cases}, \quad y = \prod_{k=1}^n (x - \alpha_k)^{m_k}, \quad x = e^{\sin xy} \ln y$$

سوال دوم. حاصل هر یک حدهای زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sinh x} \int_0^{x^2} \frac{e^{x-t}}{\sqrt{t}} dt$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{1-e^{-x^2}}}$$

سوال سوم. با استفاده از رابطه کاهشی برای $I_n = \int_0^{\pi} \sin^n x dx$, $n > 0$ مقدار انتگرال زیر را بدست آورید.

$$I_n = \int_0^{\pi} \sin^n x dx$$

سوال چهارم. انتگرالهای زیر را حل کنید.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1-e^x}, \quad \int x \cot^2 x dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\tan^2 x}, \quad \int_0^2 |x - [x^2]| dx$$

سوال پنجم:

الف) اگر a و b ساقهای مثلث قائم الزاویه با وتر ۱ متر باشد. بزرگترین مقدار $2a + b$ را بیابید.
ب) طول قوس چرخزاد به معادله بازامتری داده شده در فاصله $0 \leq t \leq 2\pi$ را بدست آورید.

$$x = a(t - \sin t), \quad y = a(1 - \cos t)$$

سوال ششم:

سری مک لورن توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \frac{1}{1-x}$ را بدست آورید و از آن سری مک لورن $\tan^{-1} x$ و $\ln(1+x)$

را نتیجه بگیرید سپس با استفاده از بسط این توابع حاصل حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan^{-1} x}{x^2 \ln(1+x)}$$

ارزش هر سوال ۲۵ امتیاز است

موفق باشید

یوسفی

گروه آموزشی مهندس فضلی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org



| | | |
|----------------------------|--------------------------------------|---|
| نام درس : ریاضی عمومی..... | نام استاد : | تاریخ امتحان : |
| رشته و گرایش : | تعداد صفحات سوال : | نوع امتحان : ۱.۲۰۰ دقیقه..... |
| مقطع : کارشناسی..... | امتحان بصورت جزوه بسته می باشد | نیمه اول <input type="checkbox"/> دوم <input checked="" type="checkbox"/> تیسز <input type="checkbox"/> |

سوال اول.

الف) ابتدا ثابت کنید دنباله $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ با جمله عمومی $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+k}$ ($k \in \mathbb{N}$) یکتوا و کراندار است. سپس حد آن را وقتی که $k = n+1$ است محاسبه کنید.

ب) حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x (\sin \sqrt{1/t} + 1 - \sin \sqrt{1/t}) dt$ را بدست آورید.

سوال دوم. برای تابع $f(x)$ به ازای $x \in D_f$ داریم $f''(x) < 0$ نشان دهید:

$$f(x) + f(y) \leq 2f\left(\frac{x+y}{2}\right); \quad x, y \in D_f$$

سوال سوم. حاصل هر یک از انتگرال های زیر را تعیین کنید.

$$\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx \quad , \quad \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \sin^2 x}{1 + \cos^2 2x} dx$$

سوال چهارم. ابتدا نشان دهید:

$$\int_0^{\pi/2} \sin^{2n+1} x dx = \int_0^{\pi/2} \cos^{2n+1} x dx = \frac{2n}{2n+1} \times \frac{2n-2}{2n-1} \dots \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$$

سپس با استفاده از آن ثابت کنید: $\int_0^a (a^2 - x^2)^n dx = \frac{\sqrt{2+n} (n!)^2}{(2n+1)!} a^{2n+1}$ ($a > 0$).

سوال پنجم.

حجم حاصل از دوران دایره $x^2 + (y-1)^2 = 1$ حول خط $x = -2$ را بدست آورید.

سوال ششم.

الف) شعاع و فاصله همگرایی $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{e^n} (x-1)^n$ را تعیین کنید.

ب) سری مکلاورن تابع $g(x) = \text{Arc tan } x$ را بدست آورید و از آن، مقدار $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \left(\frac{1}{2^n} + \frac{2}{3 \times 4^n}\right)$ و حاصل حد زیر را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x - \text{Arc}(\text{Arc tan } x)}{\frac{1}{x} + \sin(\text{Arc tan } x) - \text{Arc tan}(\sin x)}$$

سوال هفتم.

الف) ریشه سوم $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}\right)^{15}$ را بدست آورید.

ب) مطلوبیست حاصل $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos k\theta$ که در آن $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

تکرار حجم و (سایر) فرو فرقی حاصل می شود.

موفق باشید

یوسفی

ارزش هر سوال ۲۰ امتیاز است



تاریخ امتحان :
 مدت امتحان : ۱.۲۰ دقیقه
 نوبت اول دوم تابستان

نام استاد :
 تعداد صفحات سوال :
 امتحان بصورت جزوه بسته می باشد

نام درس : ریاضی عمومی (۱)
 رشته و گرایش :
 مقطع : کارشناسی

سوال اول

الف) ابتدا ثابت کنید دنباله $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ با جمله عمومی $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+k}$ ($k \in \mathbb{N}$) یکتوا و کراندار است. سپس حد آن را وقتی که $k = n+1$ است محاسبه کنید.

ب) حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x (\sin \sqrt{t} + 1 - \sin \sqrt{t}) dt$ را بدست آورید.

سوال دوم. برای تابع $f(x)$ به ازای $x \in D_f$ داریم $f''(x) < 0$. نشان دهید:

$$f(x) + f(y) \leq 2f\left(\frac{x+y}{2}\right); \quad x, y \in D_f$$

سوال سوم. حاصل هر یک از انتگرال های زیر را تعیین کنید.

$$\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx \quad , \quad \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \sin^2 x}{1 + \cos^2 x} dx$$

سوال چهارم. ابتدا نشان دهید:

$$\int_0^{\pi/2} \sin^{n+1} x dx = \int_0^{\pi/2} \cos^{n+1} x dx = \frac{\pi}{2n+1} \times \frac{\pi}{2n-1} \times \dots \times \frac{\pi}{5} \times \frac{\pi}{3}$$

سپس با استفاده از آن ثابت کنید: $\int_0^a (a^2 - x^2)^n dx = \frac{\sqrt{a^2 - x^2} (n!)^2}{(2n+1)!} a^{2n+1}$

سوال پنجم.

حجم حاصل از دوران دایره $x^2 + (y-1)^2 = 1$ حول خط $x = -2$ را بدست آورید.

سوال ششم.

الف) شعاع و فاصله همگرایی $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{e^n} (x-1)^n$ را تعیین کنید.

ب) سری مکلاورن تابع $g(x) = \text{Arc tan } x$ را بدست آورید و از آن مقدار $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} \left(\frac{1}{4^n} + \frac{2}{3 \times 9^n}\right)$ حاصل حد زیر را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x - \text{Arc}(\text{Arc tan } x)}{\frac{1}{2}x + \sin(\text{Arc tan } x) - \text{Arc tan}(\sin x)}$$

سوال هفتم.

الف) ریشه سوم $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}\right)^{10}$ را بدست آورید.

ب) مطلوبیت حاصل $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos k\theta$ که در آن $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

(تکامل علم ریاضی) فروزنی محاسباتی می شود

موفق باشید
 یوسفی

ارزش هر سؤال ۲۰ امتیاز است.

ریاضی عمومی ۱

مرکز آموزشی مهندسی فنی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کارشناسی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org

سوال اول. ثابت کنید دنباله $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ با جمله عمومی $a_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n}$ یکنوا و کراندار است.
سوال دوم. حاصل هر یک حدهای زیر را بدست آورید.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{n}{(n+1)^2} + \frac{2n}{(n+2)^2} + \dots + \frac{1}{2n} \right\} \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln|\sin x|}{\ln|\sin 2x|} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1+x)^{1/x}}{e} \right)^{1/x}$$

سوال سوم.

الف) قضیه مقدار میانگین در مشتق را بیان کنید و با استفاده از آن نشان دهید:

$$(a-b) \tan b < \ln \frac{\cos b}{\cos a} < (a-b) \tan a, \quad 0 < a < b < \frac{\pi}{2}$$

ب) مساحت سطح حاصل از دوران منحنی به معادله پارامتری $x = a(\theta - \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ را در فاصله

$0 \leq \theta \leq 2\pi$ حول محور x را بدست آورید.

سوال چهارم. حاصل هر یک از انتگرال‌های زیر را تعیین کنید.

$$\int \frac{x}{1+\sin x} dx, \quad \int \frac{1}{x^2} \sqrt{1+x} dx, \quad \int_0^{\pi} \frac{x}{1+\cos^2 x} dx$$

سوال پنجم. اگر $I_n = \int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^n}$, $(n \geq 1)$. ابتدا نشان دهید $(2n-1)I_n = 2nI_{n+1}$ سپس با استفاده از رابطه کاهش،

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{rx} dx}{(1+e^{2x})^2}$$
 حاصل را بیابید.

سوال ششم.

الف) شعاع و فاصله همگرایی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - (-2)^n}{n} (x+1)^n$ را تعیین کنید.

ب) سری مک لورن توابع $f(x) = \ln(1-x)$ و $g(x) = \text{Arc tan } x$ را بدست آورید و از آن، حاصل حد زیر و مقدار $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 2^n}$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 \ln(1-x) - x \ln(1+x^2)}{\text{Arc tan } x^2}$$

بدلت آورید.

سوال هفتم.

الف) ریشه‌های معادله $z^4 - 1 = i$ را بدست آورید.

$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n \cos n\theta = \frac{1-r \cos \theta}{1-2r \cos \theta + r^2}$$
 ب) نشان دهید.

هر سوال ۲۰ امتیاز

موفق باشید

امتحان ریاضی عمومی ۱

سوال اول. حاصل هر یک حدهای زیر را بدست آورید

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - e^{\sin x}}{x^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{k}{n}\right)^{1/n}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sinh x} \int_0^x \frac{e^{x-t}}{\sqrt{t}} dt$$

سوال دوم. تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ روی (a, b) دو بار مشتق پذیر و مشتق دوم آن مخالف صفر است. نشان دهید عددهایی مانند t, r, s در بازه (a, b) موجودند که:

$$f'(s)f''(r) = f''(r)f'(t)$$

(راستش این از قضیه لاگرانژ و کوشی استفاده کنید)

سوال سوم

الف) نشان دهید: $\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$

ب) با استفاده از قسمت الف ثابت کنید: $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi}{2} \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

ج) با توجه به ب حاصل انتگرال مقابل را بدست آورید: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x \sin^2 x}{1 + \cos^2 2x} dx$

سوال چهارم

الف) ضابطه تابع مشتق پذیر و مخالف صفر $f(x)$ را بیابید که: $f'(x) = \int_1^x f(\sqrt{t}) \frac{dt}{\sqrt{1-t}}$, $x > 0$

ب) همگرایی یا واگرایی انتگرال های زیر را بررسی کنید.

راهنمایی: قرار دهید $x = \frac{1}{t}$ ، $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx$ ، $a < 0$ ، $\int_1^{\infty} e^{ax} \cos bx dx$ ، $\int_1^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{x}}$

سوال پنجم

الف) می خواهیم پنجره ای بسازیم شامل یک مستطیل و یک نیم دایره که محیط آن P و بیشترین نور از پنجره عبور کند. بعد مستطیل را



ب) مساحت ناحیه محدوده به بیرون منحنی $y = x^2$ و بین خطوط $y = x+1$ و $y = 2x-1$ را بیابید. سپس حجم حاصل از دوران این ناحیه حول محور y را بدست آورید.

سوال ششم. سری مک لورن توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \frac{1}{1-x}$ را بدست آورید و از آن سری مک لورن $\tan^{-1} x$

و $\ln(1+x)$ را نتیجه بگیرید سپس با استفاده از بسط این توابع حاصل حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan^{-1} x}{x^2 \ln(1+x)}$$

موفق باشید: یوسفی

سوال اول.

الف) تابع $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ که $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x) = L < \infty$ مفروض است. نشان دهید: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

ب) حاصل هر یک حدهای زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/x} - e}{x} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x - \sinh x} \int_0^{\sin x} \frac{e^{x-t}}{t} dt \quad , \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{n\pi}{n} \right)$$

سوال دوم.

الف) تابع حقیقی $f(x) = \sum_{k=1}^n a_k \sin kx$ که $|f(x)| < \sin x$ را در نظر بگیرید. ثابت کنید: $\sum_{k=1}^n k a_k \leq 1$

ب) قضیه مقدار میانگین در مشتق را بیان و اثبات کنید. سپس نشان دهید:

$$\sin x + \sin y \leq 2 \sin \left(\frac{x+y}{2} \right) \quad , \quad 0 \leq x, y \leq \pi$$

سوال سوم.

الف) ابتدا نشان دهید: $\operatorname{csch}^{-1} x = \ln \left(\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} \right) \quad , \quad x \neq 0$

ب) اگر f تابعی یک به یک و $\int f(x) dx = F(x)$ ثابت کنید: $\int f^{-1}(x) dx = x f^{-1}(x) - F(f^{-1}(x))$

ج) با استفاده از قسمت ب) مقدار انتگرال مقابل را بدست آورید. $\int \ln \left(\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} \right) dx$

سوال چهارم.

الف) انتگرالهای مقابل را حل کنید. $\int_0^{\pi/2} \ln(\sin x) dx$ ، $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{a^y \sin^y x + b^y \cos^y x}$

ب) مساحت واقع بین منحنی های $y = x \ln x$ و $y = \frac{\ln x}{x}$ را بیابید.

سوال پنجم.

الف) اگر a و b ریشه های معادله $x^2 - 2x + 4 = 0$ باشند. ثابت کنید: $a^n + b^n = 2^{n-1} \cos \frac{n\pi}{3}$

ب) حاصل سری $f(x) = \sum_{k=1}^n a^k \cos kx$ را تعیین کنید.

هر سوال ۳۰ امتیاز دارد..

موفق باشید

یوسفی

گروه آموزشی مهندسی نفتی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کتور ارشد - کتور کارشناسی به کارشناسی
۰۹۱۷-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org



بد نام جدا
دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج

| | |
|------|----------------|
| نمره | نمره تجدید نظر |
| | |

سوالات امتحانی درس ریاضی عمومی (۱) (فنی و مهندسی) استاد
تاریخ امتحان ۸۳/۱۰/۲۹ استفاده از ماشین حساب مجاز غیر مجاز
بارم واحد عملی تحقیق یا پروژه بارم واحد نظری
نام و نام خانوادگی شماره دانشجویی شماره دانشجوئی شماره صندلی

سوال اول. (۱/۵ نمره)

نشان دهید دنباله $\{a_n\}$ با جمله عمومی $a_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ همگراست.

سوال دوم. (۳ نمره)

حاصل هر یک حتمای زیر را بدست آورید

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x}) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \int_0^x (y^t - y^{\sin t}) dt$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{n^2(n+1)}} + \frac{1}{\sqrt{n^2(n+2)}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2 n}} \right\} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^{x^x} - 1)$$

سوال سوم. (۲ نمره)

قضیه مقدار میانگین در مشتق را بیان کنید و با استفاده از آن نشان دهید:

$$\ln\left(\frac{b}{a}\right)^a < b - a < \ln\left(\frac{b}{a}\right)^b \quad ; \quad 0 < a < b$$

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < e < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

سپس نتیجه بگیرید:

سوال چهارم. (۳ نمره)

حاصل هر یک انتگرال های زیر را بدست آورید.

$$\int \sin(\ln x) dx \quad \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + 1}} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x + \sqrt{\cos x}}} dx$$

سوال پنجم. (۲ نمره)

الف) مساحت ناحیه بین دایره $x^2 + y^2 = 1$ و منحنی $2y^2 = 3x$ را بدست آورید.
ب) حجم حاصل از دوران ناحیه فوق را حول محور x ها بیابید.

سوال ششم. (۵/۲ نمره)

الف) همگرایی یا واگرایی $\int_0^{\infty} \frac{x \ln x}{(x^2 + 1)^2} dx$ را تعیین کنید.

ب) شعاع و فاصله همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n(x+1)^n}{n^2 + 1}$ را بیابید.

سوال هفتم. (۲ نمره)

الف) تمام ریشه های معادله $z^2 = \frac{1-i}{1+i\sqrt{2}}$ را بدست آورید.

ب) حاصل $\sum_{n=0}^{\infty} a^n \sin nx$ را بیابید. ($|a| < 1$)

موفق باشید
گروه ریاضی

گروه آموزشی مهندس فضلی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org



به نام خدا
دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج

| | |
|------|----------------|
| نمره | نمره تجدید نظر |
|------|----------------|

سوالات امتحانی درس ریاضی عمومی (۱) استاد نیمان تابستان ۸۳ مدت پاسخگویی ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان استفاده از ماشین حساب مجاز غیر مجاز بارم واحد عملی تحقیق یا پروژه بارم واحد نظری
نام و نام خانوادگی شماره دانشجویی مشخصه شماره صندلی

سوال اول.

حاصل هر یک حدهای زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{x} + \sin \frac{1}{x} \right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x (t^t + t^{\sin t}) dt, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (e^{-1/n} + 2e^{-2/n} + \dots + ne^{-n/n})$$

سوال دوم.

قضیه مقدار میانگین در مشتق را بیان کنید، سپس نشان دهید:

$$(a-b) \tan b < \ln \frac{\cos b}{\cos a} < (a-b) \tan a, \quad 0 < a < b < \frac{\pi}{2}$$

سوال سوم.

حاصل هر یک انتگرالهای زیر را بدست آورید.

$$\int e^{-x} \operatorname{Arccot} e^x dx, \quad \int \frac{x}{\sqrt{x^2+x+1}} dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx$$

سوال چهارم.

الف) مساحت ناحیه بین منحنی $y^2 = 4x$ و خط $y = x$ را بدست آورید.

ب) حجم حاصل از دوران ناحیه فوق را حول خط $x = 4$ بیابید.

سوال پنجم.

الف) همگرایی یا واگرایی انتگرال مقابل را تعیین کنید.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)\sqrt{x^2+2}}$$

ب) شعاع و فاصله همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n(x+1)^n}{n^2+1}$ را تعیین کنید.

سوال ششم.

الف) اگر $z = -1 + i$ ، حاصل z^{15} را بدست آورید.

ب) تمام ریشه های معادله $z^3 + 2z^2 + 16 = 0$ را بیابید.

گروه آموزشی مهندسی فضلی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org

موفق باشید
گروه ریاضی



به نام خدا
دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج

نمره

نمره تجدید نظر

سئالات امتحانی درس ریاضی عمومی (۱) (فیزیک) استاد نیرسال اول ۸۲-۸۳ مدت پاسخگویی ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان استفاده از ماشین حساب مجاز غیر مجاز بارم واحد عملی تحقیق یا پروژه بارم واحد نظری
نام و نام خانوادگی شماره دانشجویی شماره دانشجوئی شماره صدلی

سوال اول.

نشان دهید دنباله $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ با جمله عمومی $a_n = (1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{9}) \dots (1 - \frac{1}{n})$ همگراست.

سوال دوم.

حاصل هر یک حدهای زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)^{1/x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sinh x} \int_0^x \frac{e^{x-t}}{\sqrt{t}} dt, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (e^{-1/n} + 2e^{-2/n} + \dots + ne^{-n/n})$$

سوال سوم.

قضیه مقدار میانگین در مشتق رایان کنید، و با استفاده از آن نشان دهید:

$$\frac{x}{x+1} < \ln(x+1) < x, \quad x > 0$$

سوال چهارم.

حاصل هر یک انتگرالهای زیر را بدست آورید.

$$\int e^{-x} \operatorname{Arccot} e^x dx, \quad \int \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx, \quad \int_0^{\pi/2} \sqrt{1+\sin x} dx$$

سوال پنجم.

الف) مساحت ناحیه بین منحنی $x = 2 - y^2$ و محورهای مختصات در ربع اول را بدست آورید.

ب) حجم حاصل از دوران ناحیه فوق را حول خط $x = 4$ بیابید.

سوال ششم.

الف) شعاع و فاصله همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x-1}{x}\right)^n$ را تعیین کنید.

ب) سری مک لورن توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \frac{1}{1-x}$ را بدست آورید و از آن سری مک لورن $\tan^{-1} x$ و $\ln(1+x)$ را نتیجه

بگیرید سپس با استفاده از بسط این توابع حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan^{-1} x}{x^2 \ln(1+x)}$ را حساب کنید.

سوال هفتم.

الف) حاصل $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}\right)^{10}$ را بدست آورید.

ب) تمام ریشه های معادله $z^3 + 2z^2 + 16 = 0$ را بیابید.

موفق باشید.

گروه ریاضی

به نام خدا

دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج



نمره

نمره تجدید نظر

سوالان امتحانی درس ریاضی عمومی (۱) (ریاضی) استاد نیمان اول ۸۲-۸۳ مدت پاسخگویی ۱۲۰ دقیقه
 تاریخ امتحان ۸۳/۱۰/۲۹ استفاده از ماشین حساب مجاز غیر مجاز بارم واحد عملی تحقیق یا پروژه بارم واحد نظری
 نام و نام خانوادگی شماره دانشجویی مشخصه شماره صندلی

(۱) نشان دهید دنباله $\{a_n\}$ که به صورت زیر تعریف شده است، همگراست و عدد همگرایی را بدست آورید.

$$a_1 = \sqrt{2}; a_{n+1} = \sqrt{2+a_n}, n \in \mathbb{N}$$

(۲) با استفاده از تعریف حد ثابت کنید: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{1+e^{-1/x}} = 0$

(۳) بدون استفاده از دستور هوییتال نشان دهید $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ و از آن نتیجه بگیرید $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x} = \ln \frac{a}{b}$ ($a, b > 0$) سپس

مقدار حد مقابل را تعیین کنید. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^{x^2} - b^{x^2}}{e^{ax^2} - e^{bx^2}}$, ($a, b > 0$)

(۴) فرض کنید تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ در $x=0$ پیوسته باشد و به ازای هر $x, y \in \mathbb{R}$ داشته باشیم $f(x+y) = f(x)f(y)$ ، ثابت کنید f در هر نقطه حقیقی پیوسته است.

(۵) قضیه مقدار میانگین در مشتق را بیان و ثابت کنید، و با استفاده از آن نشان دهید:

$$\text{Arc tan } x \geq \frac{x}{1+x^2}, x \geq 0$$

(۶) حاصل هر یک انتگرالهای زیر را بدست آورید.

$$\int x (\text{Arc tan } x)^2 dx, \int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx, \int_0^x \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$$

(۷) الف) هرگاه $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع پیوسته در $[a, b]$ ، نشان دهید:

$$\left(\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx \right)^2 \leq \int_a^b f^2(x) dx \cdot \int_a^b g^2(x) dx$$

ب) با توجه به قسمت الف) ثابت کنید هرگاه $f'(x)$ روی $[a, b]$ انتگرال پذیر باشد و $f(0) = 0$ ، آنگاه

$$\forall x \in [0, 1]; |f(x)| \leq \sqrt{\int_0^1 |f'(x)|^2 dx}$$

(۸) حاصل هر یک حدهای زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x (1 + \sin \sqrt{t})^{1/t} dt, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$$

گروه آموزشی مهندسی فضایی
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
 کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
 www.pasokh.org

موفق باشید
گروه ریاضی



به نام خدا
دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج

نمره

نمره تجدید نظر

سوالیات امتحانی درس ریاضی عمومی (۱) (فنی و مهندسی) استاد
تاریخ امتحان ۸۴/۴/۲ استفاده از ماشین حساب مجاز غیر مجاز
نام و نام خانوادگی شماره دانشجویی مشخصه شماره صندلی
بارم واحد نظری بارم واحد عملی تحقیق یا پروژه بارم واحد نظری
مدت پاسخگویی ۱۲۰ دقیقه

(۱) نشان دهید دنباله $\{a_n\}$ که به صورت زیر تعریف شده است، همگراست و عدد همگرایی را بدست آورید.

$$a_1 = \sqrt{2}; \quad a_{n+1} = \sqrt{2+a_n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

(۲) حاصل هر یک حدهای زیر را بدست آورید.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}}{\sqrt{n!}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x (1 + \sin 2t)^{1/t} dt, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$$

(۵) قضیه مقدار میانگین در مشتق را بیان کنید، و با استفاده از آن نشان دهید:

$$\frac{x}{x^2+1} < \text{Arctan } x < x, \quad x > 0$$

(۶) حاصل هر یک انتگرالهای زیر را بدست آورید.

$$\int \ln(x + \sqrt{x}) dx, \quad \int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx, \quad \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$$

(۷) سهمی $y = \frac{1}{4}x^2$ ، درون دایره $x^2 + y^2 = 8$ را به دو قسمت تقسیم می‌کند. مطلوبیت:

(الف) حجم حاصل از دوران ناحیه کوچکتر حول خط $y = -1$ بیابید.

(ب) طول قوس قسمتی از سهمی که داخل دایره قرار دارد.

(۸) (الف) تمام ریشه‌های معادله $z^6 + 1 = i\sqrt{3}$ را بدست آورید.

(ب) قسمت حقیقی و موهومی $z = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{12}$ را بیابید.

از هر سؤال زیر فقط به یک سؤال پاسخ دهید.

(۹) (الف) نوع سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \sin x}{n(1 + e^{-x})}$ را از نظر همگرایی یا واگرایی تعیین کنید.

(ب) شعاع و فاصله همگرایی سری $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-1)^n \ln n}{e^n}$ را بدست آورید.

(۱۰) (الف) همگرایی یا واگرایی $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + \ln x}$ را تعیین کنید.

(ب) به ازای چه مقادیری از p انتگرال متقابل همگراست $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^p}$

گروه آموزشی مهندس فضایی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org

موفق باشید.

گروه ریاضی



به نام خدا
دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج

| | |
|------|----------------|
| نمره | نمره تجدید نظر |
|------|----------------|

سوال اول (۲ نمره)
مدرک تحصیلی: دیپلم / کاردانی / کارشناسی / کارشناسی ارشد / دکتری / فوق دکتری
تاریخ امتحان: ...
نام و نام خانوادگی: ...
شماره دانشجویی: ...
شماره شناسنامه: ...
نام و نام خانوادگی: ...
شماره دانشجویی: ...
شماره شناسنامه: ...

سوال اول (۲ نمره)

حاصل هر یک حدهای زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x)^{\tan x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x e^x} \int_0^x \cos t^t dt$$

سوال دوم (۳ نمره)

در هر یک از موارد زیر $\frac{dy}{dx}$ را بدست آورید.

$$y^r = xy^r + 5x^r \quad y = \ln(\sec x + \tan x) \quad y = e^{\sin x} (x^r - 1)$$

سوال سوم (۲ نمره)

با استفاده از جدول تغییرات، نقاط اکسترمم و عطف تابع $f(x) = x^r - 6x^r$ را پیدا کنید سپس نمودار تابع را رسم کنید.

سوال چهارم (۴ نمره)

حاصل هر یک انتگرالهای زیر را بدست آورید.

$$\int \frac{dx}{x^r - 1} \quad \int \frac{dx}{1 + \sin x + \cos x} \quad \int x \cos x dx$$

سوال پنجم (۲ نمره)

الف) مساحت ناحیه بین منحنی $y = 4 - x^2$ و محور x را بدست آورید.

ب) حجم حاصل از دوران ناحیه فوق را حول محور x را بیابید.

توجه: به دو سوال زیر فقط به یک مورد پاسخ دهید.

سوال ششم (۳ نمره)

الف) شعاع و فاصله همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n}$ را بدست آورید.

ب) نوع سری‌های زیر را از نظر همگرایی یا واگرایی تعیین کنید.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^r}{\sqrt{n^r + 1}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \ln n}$$

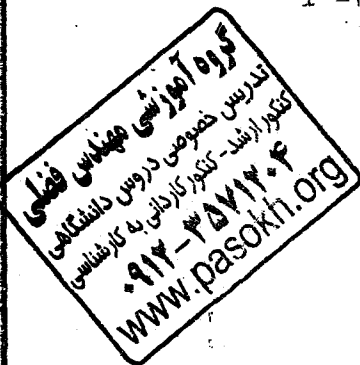
سوال هفتم (۳ نمره)

الف) حاصل $\left(\frac{\sqrt{3} + i}{\sqrt{3} - i} \right)^{10}$ را بدست آورید.

ب) تمام ریشه‌های معادله $z^r + z + 1 = 0$ را بیابید.

موفق باشید.

گروه ریاضی





به نام خدا
دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج

| | |
|------|----------------|
| نمره | نمره تجدید نظر |
|------|----------------|

سروالات امتحانی درس ریاضی عمومی (۱) (فنی و مهندسی) استاد تابستان ۱۳۸۴ مدت پاسخگویی ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان ۸۳/۶/۶ استفاده از ماشین حساب مجاز غیر مجاز بارم واحد عملی تحقیق یا پروژه بارم واحد نظری
نام و نام خانوادگی شماره دانشجویی شماره شخصی شماره صدلی

سوال اول. (۱/۵ نمره)

نشان دهید دنباله $\{a_n\}$ که به صورت زیر تعریف شده است، همگراست و عدد همگرایی را تعیین کنید.

$$a_1 = \sqrt{2}; \quad a_{n+1} = \sqrt{2+a_n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

سوال دوم. (۲/۵ نمره)

حاصل هر یک حدهای زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sinh x} \int_0^x \frac{e^{x-t}}{\sqrt{t}} dt$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (e^{-1/n} + 2e^{-2/n} + \dots + ne^{-n/n})$$

سوال سوم. (۲ نمره)

قرب متعار میانگین در مشتق را بیان کنید و با استناد از آن نشان دهید:

$$(x - \frac{\pi}{2}) \cot x < \ln(\sin x) < 0, \quad \frac{\pi}{2} < x < \pi$$

سوال چهارم. (۳ نمره)

حاصل هر یک انتگرالهای زیر را تعیین کنید.

$$\int_0^{\pi} \sqrt{1+\sin x} dx$$

$$\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$$

سوال پنجم. (۲ نمره)

الف) مساحت ناحیه بین منحنی $x = 2 - y^2$ و محورهای مختصات در ربع اول را بدست آورید.

ب) حجم حاصل از دوران ناحیه فوق را حول خط $x = 4$ بیابید.

سوال ششم. (۳ نمره)

الف) شعاع و فاصله همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} (x+1)^n n^2 e^{-n}$ را بیابید.

ب) سری مک لورن توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \frac{1}{1-x}$ را بدست آورید و از آن سری مک لورن $\text{Arc tan } x$ و $\ln(1+x)$ را نتیجه

بگیرید. سپس با استفاده از بسط این توابع، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \text{Arc tan } x}{x^2 \ln(1+x)}$ را حساب کنید.

سوال هفتم. (۲ نمره)

الف) ریشه سوم عدد مختلط $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}} \right)^{10}$ را بدست آورید.

ب) برای دو عدد مختلط z و w داریم $\left| \frac{z+w}{z-w} \right| = 1$. نشان دهید که قسمت حقیقی $z \bar{w}$ برابر صفر است.

موفق باشید.

گروه ریاضی

گروه آموزشی مهندسی فضلی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کارشناسی به کارشناسی
۰۹۱۳-۳۵۷۱۳۰۴
www.pasokii.org



| | |
|------|----------------|
| نمره | نمره تجدید نظر |
|------|----------------|

سوالات امتحانی درس ریاضی عمومی (۱) (ریاضی) استاد نیمسال اول ۸۴-۸۳ مدت پاسخگویی ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان ۸۳/۱۰/۲۹ استفاده از ماشین حساب مجاز غیر مجاز بارم واحد عملی تحقیق یا پروژه بارم واحد نظری
نام و نام خانوادگی شماره دانشجویی مشخصه شماره صندلی

(۱) نشان دهید دنباله $\{a_n\}$ که به صورت زیر تعریف شده است، همگراست و عدد همگرایی را بدست آورید.

$$a_1 = \sqrt{2}; \quad a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

(۲) با استفاده از تعریف حد ثابت کنید: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{1 + e^{-1/x}} = 0$

(۳) بدون استفاده از دستور هوییتال نشان دهید $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ و از آن نتیجه بگیرید $\ln \frac{a}{b} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$ (با $a, b > 0$) سپس

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^{x^2} - b^{x^2}}{e^{ax^2} - e^{bx^2}}, \quad (a, b > 0)$$

مقدار حد مقابل را تعیین کنید.

(۴) فرض کنید تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ در $x=0$ پیوسته باشد و به ازای هر $x, y \in \mathbb{R}$ داشته باشیم $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ ، ثابت کنید f در هر نقطه حقیقی پیوسته است.

(۵) قضیه مقدار میانگین در مشتق را بیان و ثابت کنید. و با استفاده از آن نشان دهید:

$$\text{Arctan } x \geq \frac{x}{1+x^2}, \quad x \geq 0$$

(۶) حاصل هر یک انتگرالهای زیر را بدست آورید.

$$\int x (\text{Arctan } x)^2 dx, \quad \int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx, \quad \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

(۷) الف) هر گاه $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع پیوسته در $[a, b]$ ، نشان دهید:

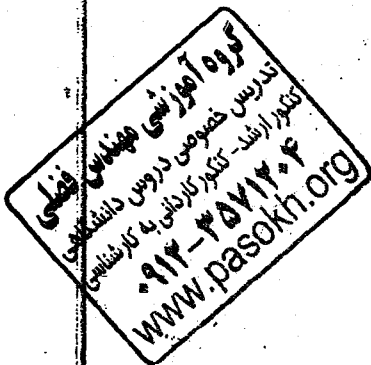
$$\left(\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx \right)^2 \leq \int_a^b f^2(x) dx \cdot \int_a^b g^2(x) dx$$

ب) با توجه به قیمت (الف) ثابت کنید هر گاه $f(x)$ روی $[a, b]$ انتگرال پذیر باشد و $f(0) = 0$ ، آنگاه

$$\forall x \in [0, 1]; \quad |f(x)| \leq \sqrt{\int_0^1 |f'(x)|^2 dx}$$

(۸) حاصل هر یک حدهای زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x (1 + \sin \pi t)^{1/t} dt, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$$



موفق باشید
گروه ریاضی



به نام خدا
دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج

| | |
|------|----------------|
| نمره | نمره تجدید نظر |
|------|----------------|

سوال‌های امتحانی درس ریاضی عمومی (۱) (فنی و مهندسی) استاد تیمسال دوم ۸۲-۸۳ مدت پاسخگویی ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان ۸۲/۳/۲ استادان آزمایش حساب مجاز غیر مجاز بازم واحد عملی تحقیق یا پروژه بازم واحد نظری
نام و نام خانوادگی شماره دانشجویی مشخصه شماره صفتی

(۱) نشان دهید دنباله $\{a_n\}$ که به صورت زیر تعریف شده است، همگراست و عدد همگرایی را بدست آورید

$$a_1 = \sqrt{2}; \quad a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

(۲) حاصل هر یک از حدهای زیر را بدست آورید

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}}{\sqrt{n^2}}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_0^x (1 + \sin \pi t)^{1/t} dt, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$$

(۵) قضیه مقدار میانگین در مشتق را بیان کنید، و با استفاده از آن نشان دهید:

$$\frac{x}{x^2+1} < \text{Arctan } x < x, \quad x > 0$$

(۶) حاصل هر یک از انتگرالهای زیر را بدست آورید

$$\int \ln(x + \sqrt{x}) dx, \quad \int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx, \quad \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$$

(۷) سهمی $y = \frac{1}{4}x^2$ ، درون دایره $x^2 + y^2 = 8$ را به دو قسمت تقسیم می‌کند. مطلوبست:

الف) حجم حاصل از دوران ناحیه کوچکتر حول خط $y = -1$ بیابید

ب) طول قوس قسمتی از سهمی که داخل دایره قرار دارد

(۸) الف) تمام ریشه‌های معادله $z^3 + 1 = i\sqrt{3}$ را بدست آورید.

ب) قسمت حقیقی و موهومی $z = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{127}$ را بیابید.

از هر سؤال زیر فقط به یک سؤال پاسخ دهید.

(۹) الف) نوع سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \sin x}{n(1 + e^{-n})}$ را از نظر همگرایی یا واگرایی تعیین کنید.

ب) شعاع و قاصه همگرایی سری $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-1)^n \ln n}{n}$ را بدست آورید.

(۱۰) الف) همگرایی یا واگرایی $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + \ln x}$ را تعیین کنید.

ب) به ازای چه مقادیری از p انتگرال تعین همگراست $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^p}$

گروه آموزشی مهندسی فضلی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org

موفق باشید
گروه ریاضی



به نام خدا
دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج

| | |
|------|----------------|
| نمره | نمره تجدید نظر |
|------|----------------|

سوال‌های امتحانی درس ریاضی عمومی (۱) (فنی و مهندسی) استاد تابستان ۱۳۸۲ مدت پاسخگویی ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان ۸۴/۱/۱۹ استفاده از ماشین حساب مجاز غیر مجاز بارم واحد عملی تحقیق یا پروژه بارم واحد تئوری
نام و نام خانوادگی شماره دانشجویی شماره مسئله

سوال اول- (۱/۵ نمره)

نشان دهید دنباله $\{a_n\}$ که به صورت زیر تعریف شده است، همگراست و عدد همگرایی را تعیین کنید.

$$a_1 = \sqrt{2}; \quad a_{n+1} = \sqrt{2+a_n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

سوال دوم- (۲/۵ نمره)

حاصل هر یک از عملیات زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sinh x} \int_0^{x^2} \frac{e^{x-t}}{\sqrt{t}} dt, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (e^{-1/n} + 2e^{-2/n} + \dots + ne^{-n/n})$$

سوال سوم- (۲ نمره)

قضیه مقدار میانگین در مشتق را بیان کنید و با استفاده از آن نشان دهید:

$$(x - \frac{\pi}{2}) \cot x < \ln(\sin x) < 0, \quad \frac{\pi}{2} < x < \pi$$

سوال چهارم- (۳ نمره)

حاصل هر یک از انتگرال‌های زیر را تعیین کنید.

$$\int_0^{\pi} \sqrt{1+\sin x} dx, \quad \int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx, \quad \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$$

سوال پنجم- (۲ نمره)

الف) مساحت ناحیه بین منحنی $x = 2 - y^2$ و محورهای مختصات در ربع اول را بدست آورید.

ب) حجم حاصل از دوران ناحیه فوق را حول خط $x = 4$ بیابید.

سوال ششم- (۳ نمره)

الف) شعاع و قاصه همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} (x+1)^n n^2 e^{-n^2}$ را بیابید.

ب) سری مک لورن توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \frac{1}{1-x}$ را بدست آورید و از آن سری مک لورن $\text{Arctan } x$ و $\ln(1+x)$ را نتیجه

بگیرید. سپس با استفاده از بسط این توابع، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \text{Arctan } x}{x^2 \ln(1+x)}$ را حساب کنید.

سوال هفتم- (۲ نمره)

الف) ریشه سوم عدد مختلط $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}\right)^{10}$ را بدست آورید.

ب) برای دو عدد مختلط z و w داریم $\frac{z+w}{z-w} = 1$. نشان دهید که قسمت حقیقی zw برابر صفر است.

موفق باشید

www.pasokh.org

گروه آموزشی مهندسی فضایی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کارشناسی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۳۰۴
www.pasokh.org



به نام خدا
دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج

نمره

نمره تجدید نظر

سوالات امتحانی درس ریاضی عمومی (۱) استاد
تاریخ امتحان استفاده از ماشین حساب مجاز غیر مجاز
بارم واحد عملی تحقیق یا پروژه بارم واحد نظری
نام و نام خانوادگی شماره دانشجویی مشخصه شماره صندلی

سوال اول.

حاصل هر یک حدهای زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{x} + \sin \frac{1}{x} \right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x (t^t + t^{\sin t}) dt, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (e^{-1/n} + 2e^{-2/n} + \dots + ne^{-n/n})$$

سوال دوم.

قضیه مقدار میانگین در مشتق را بیان کنید، سپس نشان دهید:

$$(a-b) \tan b < \ln \frac{\cos b}{\cos a} < (a-b) \tan a, \quad 0 < a < b < \frac{\pi}{2}$$

سوال سوم.

حاصل هر یک انتگرالهای زیر را بدست آورید.

$$\int e^{-x} \operatorname{Arccot} e^x dx, \quad \int \frac{x}{\sqrt{x^2+x+1}} dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx$$

سوال چهارم.

الف) مساحت ناحیه بین منحنی $y = 4x$ و خط $y = x$ را بدست آورید.

ب) حجم حاصل از دوران ناحیه فوق را حول خط $x = 4$ بیاید.

سوال پنجم.

الف) همگرایی یا واگرایی انتگرال مقابل را تعیین کنید.

$$\int_3^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)\sqrt{x^2+2}}$$

ب) شعاع و فاصله همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n(x+1)^n}{n^2+1}$ را تعیین کنید.

سوال ششم.

الف) اگر $z = -1 + i$ ، حاصل z^{10} را بدست آورید.

ب) تمام ریشه های معادله $z^3 + 4z^2 + 16 = 0$ را بیاید.

گروه آموزشی مهندسی فضلی
تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
www.pasokh.org

موفق باشید
گروه ریاضی