

بسمه تعالی
دانشگاه محقق اردبیلی
دانشکده علوم
سئوالات پایان ترم ریاضی عمومی 1
رشته فیزیک

وقت: 140 دقیقه
مورخه: 80/11/9

نام خانوادگی:
شماره دانشجویی:

پاسخ سئوالات را کامل و خوانا بنویسید.

سئوال 1:

یک مدار الکتریکی ولتاژ $e(t)$ در لحظه t با دستور $e(t) = 3 \sin 2t$ داده شده است. این مقادیر را حساب کنید:

الف) ولتاژ متوسط در فاصله زمانی $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

ب) جذر میانگین مربعات ولتاژ، یعنی ریشه دوم متوسط تابع e^2 در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

سئوال 2:

انتگرال زیر را حساب کنید:

$$\int_1^5 \frac{\sqrt[3]{7-x}}{\sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{7-x}} dx = ?$$

3:

کنید:

A) $\int_0^2 [t^2] dt = 5 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$

B) $\int_0^{n^2} [\sqrt{t}] dt = n(n-1)(4n+1) \quad n \in \mathbb{N}$

سئوال 4:

با فرض $I_n = \int_0^1 x^n \sin(\pi x) dx$ ثابت کنید به ازای $n \rightarrow \infty$ حد مجموع

$s = \int_0^\pi \frac{\sin x}{x} dx$ است (محاسبه انتگرال آخری لازم نیست).
برابر $s_n = I_0 + I_1 + \dots + I_{n-1}$

سوال 5:

اگر $a \neq 0$ و $|b| < a$ ابتدا ثابت کنید که

$$\int_0^\pi \frac{dx}{a + b \cos x} = \frac{\pi}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

و نتیجه بگیرید که:

$$\int_0^\pi \frac{dx}{(a + b \cos x)^2} = \frac{\pi a}{(a^2 - b^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{ooo} \quad \int_0^\pi \frac{\cos x dx}{(a + b \cos x)^2} = -\frac{\pi b}{(a^2 - b^2)^{\frac{3}{2}}}$$

سوال 6:

مساحت سطح محصور بین منحنی $y = x^2$ و خط $y = 4$ توسط خط $y = c$ به دو قسمت مساوی تقسیم شده است. مطلوب است مقدار c .

سوال 7:

با استفاده از تعریف انتگرال حدود زیر را وقتی $n \rightarrow \infty$ بیابید:

$$(a) \frac{[(n+1)(n+2)(n+3)\dots(n+n)]^{\frac{1}{n}}}{n}$$

$$(b) \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{\frac{1}{3}} \dots \left(1 + \frac{n}{n}\right)^{\frac{1}{n}}$$

سوال 8:

انتگرال های زیر را حساب کنید:

$$* \int_{-1}^1 [|x|] d|x|$$

$$** \int_0^1 \cot^{-1}(1 - x + x^2) dx$$

$$\left[\ominus \cot^{-1} x = \tan^{-1} \frac{1}{x} \right]$$