

☺ توجه: از ۱۰ سوال به ۸ سوال پاسخ دهید و در ابتدای پاسخ نامه، سئوالات حذف شده را مشخص کنید.
☺ هر سوال ۲ نمره دارد.

مسئله 1:

نقاط $x = 2$ و $x = 0$ برای معادله $(x - 2)x^2 y'' - y' \sin x + y = 0$ چه نقاطی هستند.

مسئله 2:

تابع $H(t - a) = \begin{cases} 0 & , t < a \\ 1 & , t > a \end{cases}$ را در نظر بگیرید تبدیل لاپلاس آن کدام است؟

- 1) $\frac{e^{as}}{s}$ 2) $\frac{e^{-as}}{s^2}$ 3) $\frac{e^{-as}}{s}$ 4) e^{-as}

مسئله 3:

مطلوب است تعیین تابع $f(x)$ به طوری که تبدیل لاپلاس آن برابر $\frac{1}{s^2 + s}$ باشد.

مسئله 4:

نشان دهید که معادله دیفرانسیل

$$y'' + a^2 y = f(x) \quad , \quad y(0) = y'(0) = 0$$

دارای جواب زیر است:

$$y(x) = \frac{1}{a} \int_0^x f(t) \sin a(x - t) dt$$

مسئله 5:

اگر $y_1(x)$ و $y_2(x)$ جوابهای معادله $y'' + p(x)y' + q(x)y = R_1(x)$ و $y'' + p(x)y' + q(x)y = R_2(x)$ باشند نشان دهید $y(x) = y_1(x) + y_2(x)$ جواب معادله $y'' + p(x)y' + q(x)y = R_1(x) + R_2(x)$ است و با استفاده از این اصل جواب عمومی معادله $y''' - y = \sin x + e^{-x}$ را به دست آورید!.

مسئله 6:

به فرض $x > 0$ ثابت کنید که

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos xt}{1+t^2} dt = \frac{\pi}{2} e^{-x}$$

مساله 7:

جواب معادله زیر با شرایط داده شده را به دست آورید.

$$y'' + y = \delta(t - \pi) \cos t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

مساله 8:

اگر $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ جواب معادله $y'' + x^2 y = 0$ باشد آنگاه:

$$a) \quad a_{n+3} = \frac{a_{n+1}}{(n+3)(n+4)}$$

$$b) \quad a_{n+2} = \frac{a_n}{(n+1)(n+2)}$$

$$c) \quad a_{n+4} = -\frac{a_n}{(n+3)(n+4)}$$

$$d) \quad a_{n+3} = -\frac{a_{n-1}}{(n+3)(n+4)}$$

مساله 9:

تبدیل لاپلاس تابع زیر را به دست آورید:

$$x^6 \sin^2 3x + x^6 \cos^2 3x$$

مساله 10:

جواب عمومی معادله $(x^2 + x)y'' + (2 - x^2)y' - (2 + x)y = x(x+1)^2$ را پیدا کنید.

کسی که اول بار با قدرت پزدانی فکر، حرکت و اشکال سپاره ها، مسیر ستارگان دنباله دار، و چتر و مد دریاها را توضیح داده است. کتیبه قبر نیوتن

من ... توفیق