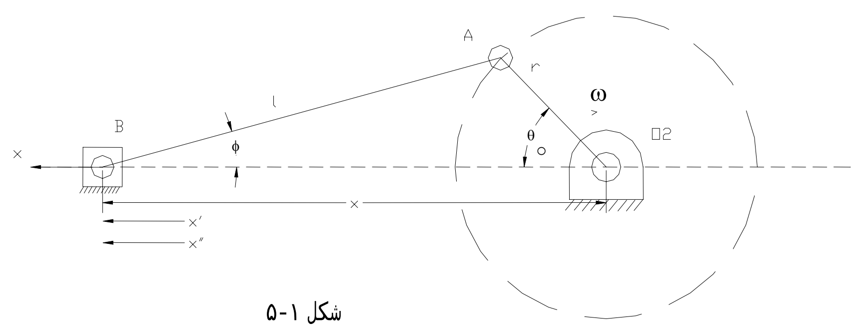
دینامیك مكانیزم موتور با عمل مستقیم

۵-۱- مقدمه :

مكانیزم حركت رفت و برگشتي یكي از مكانیزمهاي معمولي جهت تبدیل حركت دوراني به حركـت رفـت و برگشـتي و برعكس مي باشد. در موتورهاي احتراق داخلي ، ماشین بخار و غیره ، حركت رفت و برگشتي پیستون به حركت دوراني میـل لنگ و در كمپرسورهاي رفت و برگشتي و دستگاه پانچ حركت دوراني میل لنگ به حركت رفت و برگشتي پیستون یا دستگاه پانچ تبدیل ميشود. در ابتدا به بررسي تغییرمكان ، سرعت و شتاب پیستون مي پردازیم.

۵-۲- تغییرمكان ، سرعت و شتاب پیستون :

در شكل (۵-۱) ، O_2B نمایانگر لنگ و AB شاتون یك موتور را نشان مي دهد. نقطة A موقعیت پیستون را وقتي كه لنگ به اندازة زاویة θ چرخیده است نشان مي دهد.



شكل ۱-۵

دراین لحظه،X نشان دهندة مسافت پیستون از مركز میل لنگ ، O_2 ، مي باشد. اولین خواسته مورد نظر محاسبة وضـعیت پیستون X ، سرعت آن $\dot{X}$ و شتاب آن $\ddot{X}$ برحسب توابع θ ، مشتق θ نسبت به زمان و ابعاد مكانیزم است.

فرض كنید:

شعاع لنگO_2 A:	**r**
طول شاتون :	**L = AB**
نسبت كمتر از واحد در كلیة مسائل عملي:	$\lambda = r / L$
كورس پیستون:	**S=۲r**

زاوية شاتون با امتداد كورس پيستون درلحظه مورد نظر: ϕ

با استفاده از شكل (۱-۵) داريم :

$$X = L\cos\phi + r\cos\theta \qquad \textbf{(۱-۵)}$$

$$L\sin\phi = \lambda\sin\theta$$

$$\sin\phi = \lambda\sin\theta$$

$$\cos\phi = \sqrt{L - \lambda^{۲}\sin^{۲}\theta} \qquad \textbf{(۵-۲)}$$

با جايگزيني (۲-۵) در (۱-۵) ، خواهيم داشت :

$$X = L\left(۱ - \lambda^{۲}\sin^{۲}\theta\right)^{\frac{۱}{۲}} + r\cos\theta \qquad \textbf{(۵-۳)}$$

$$\frac{X}{r} = \cos\theta + \frac{L}{\lambda}\left(۱ - \lambda^{۲}\sin^{۲}\theta\right)^{\frac{۱}{۲}}$$

$$= \cos\theta + \frac{L}{\lambda}\left(۱ - \frac{\lambda^{۲}}{۲}\sin^{۲}\theta - \frac{\lambda^{۴}}{۸}\sin^{۴}\theta - \frac{\lambda^{۶}}{۱۶}\sin^{۶}\theta - \ldots\right) \qquad \textbf{(۵-٤)}$$

اما :

$$\sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{۲i} \quad \text{و} \quad \cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{۲}$$

بنابراين :

$$\sin^{۴}\theta = \frac{۱}{۱۶}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}\right) = \frac{۱}{۱۶}\left[\left(e^{۴i\theta} - e^{-۴i\theta}\right) - ۴\left(e^{۲i\theta} - e^{-۲i\theta}\right) + ۶\right]$$

$$= \frac{\cos ۴\theta}{۸} - \frac{\cos ۲\theta}{۲} + \frac{۳}{۸}$$

و به همين طريق :

$$\sin^{۶}\theta = -\frac{۱}{۳۲}\cos ۶\theta + \frac{۳}{۱۶}\cos ۴\theta - \frac{۱۵}{۳۲}\cos ۲\theta + \frac{۵}{۱۶}$$

با استفاده از روابط فوق ، معادلة (٤-٥) بصورت زير نوشته مي شود :

$$\frac{X}{r}=\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{\lambda}{4}-\frac{3\lambda^{3}}{64}-\frac{5\lambda^{5}}{256}-\ldots\right)+\cos\theta+\cos 2\theta\left(\frac{\lambda}{4}+\frac{\lambda^{3}}{16}+\frac{15\lambda^{5}}{512}+\ldots\right)$$

(٥-٥)

$$-\cos 4\theta\left(\frac{\lambda^{3}}{64}+\frac{3\lambda^{5}}{256}+\ldots\right)+\cos 6\theta\left(\frac{\lambda^{5}}{512}+\ldots\right)-\ldots$$

با مشتق گرفتن عبارت فوق نسبت به زمان ، خواهيم داشت :

$$\frac{\ddot{x}}{r}=\dot{\theta}\left[-\sin\theta-2\sin 2\theta\left(\frac{\lambda}{4}+\frac{\lambda^{3}}{16}+\frac{15\lambda^{5}}{512}+\ldots\right)+\right.$$

$$\left.+4\sin 4\theta\left(\frac{\lambda^{3}}{64}+\frac{3\lambda^{5}}{256}+\ldots\right)-6\sin 6\theta\left(\frac{\lambda^{5}}{512}+\ldots\right)+\ldots\right] \quad \textbf{(5-6)}$$

مشتق مجدد (٦-٥) نسبت به زمان خواهد بود.

$$-\frac{\ddot{x}}{r}=\dot{\theta}^{2}\left(\cos\theta+A_{2}\cos 2\theta-A_{4}\cos 4\theta+A_{6}\cos 6\theta-\ldots\right)$$

$$+\ddot{\theta}\left(\sin\theta+\frac{A_{2}}{2}\sin 2\theta-\frac{A_{4}}{4}\sin 4\theta+\frac{A_{6}}{6}\sin 6\theta-\ldots\right)$$

كه از آنجا :

$\ddot{\theta}$: **شتاب زاويه اي لنگ**

$\dot{\theta}$: **سرعت زاويه اي لنگ**

$$A_{2}=\lambda+\frac{1\lambda^{3}}{4}+\frac{15\lambda^{5}}{128}+\ldots$$

$$A_{4}=\frac{1\lambda^{3}}{4}+\frac{3\lambda^{5}}{16}+\ldots$$

$$A_{6}=\frac{9\lambda^{5}}{28}+\ldots$$

چنانچه موتور با سرعت زاويه اي ثابت دوران كند(تقريباً هم همينطور است بخاطر وجود فلايول) ، $\ddot{\theta}$ تقريباً صفر فرض مي شود (اگر ω ثابت باشد)و $\ddot{\theta} \approx o$ در طول تمام سيكل. بنابراين با اين فرض كه $\dot{\theta} = \omega$ و $\ddot{\theta} = o$ معادله (۶-۵) بصورت زير نوشته مي شود.

$$-\frac{\ddot{x}}{r} = \omega^{2}\left(\cos\theta + A_{2}\cos 2\theta - A_{4}\cos 4\theta + A_{6}\cos 6\theta - \ldots\right)$$

هنگاميكه $\lambda << 1$ ، با حذف ترمهايي كه شامل λ^{3} يا توان بيشتر باشند ، مي توانيم بنويسيم :

(۸-۵)

$$\dot{x} = -\omega r\left(\sin\theta + \frac{\lambda}{2}\sin 2\theta\right)$$

(۹-۵)

$$\ddot{x} = -\omega^{2} r\left(\cos\theta + \lambda\cos 2\theta\right)$$

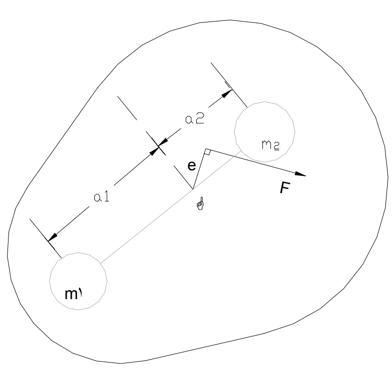
معادلات (۸-۵) و (۹-۵) در سراسر اين فصل بكار خواهد رفت ، (۷-۵) در فصل ۷ مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

۳-۵- گشتاور محرك ميل لنگ و رسم دياگرام مربوطه

در اين قسمت ، معادله اي كه نمايانگر گشتاور توليد شده ميل لنگ باشد و تابعي از زاويه دوران باشد بدست خواهيم آورد. فشار گاز يا بخار براي زواياي مختلف ميل- لنگ در طول يك سيكل از دياگرام انديكاتوري موتور بدست خواهد آمد. براي سادگي آناليز ، از نيروهاي اصطكاك صرفنظر شده و عضو شاتون را بوسيله لينكي كه از نظر ديناميكي معادل آن باشد جايگزين مي كنيم.

معادل ديناميكي لينك " Dynamically- equivalent link "

شكل (۲-۵) جسم صلبي را نشان مي دهد كه جرم آن برابر با m و مركز ثقلش در نقطه G مي‌باشد. اين جسم تحت تأثير نيروي F (همانطور كه در شكل نشان داده شده) و نمايانگر تمام نيروها و گشتاور خارجي اعمالي بجسم در صفحه كاغذ است مي باشد.



(شكل۲-۵)

بخاطر اين نيروي F ،حركت جسم بوسيله معادلات زير مشخص مي شود.

(i) شتاب CG (يعني مركز ثقل جسم نقطه G):

$$a = \frac{F}{m} \qquad (۵-۱۰)$$

(ii) شتاب زاويه اي جسم:

$$\alpha = \frac{Fe}{J} \qquad (۵-۱۱)$$

كه از آنجا :

فاصله عمودي F از G: $\underline{e}$

ممان اينرسي جسم حول محوري كه از نقطه G گذشته و بر صفحه كاغذ عمود است را j فرض مي كنيم

جهت α همان جهتي است كه گشتاور Fe حول نقطه G خواهد بود.

ما مي خواهيم بجاي اين ميله صلب از يك ميله بدون وزني كه در دو انتهاي آن جرم هاي m_1 و m_2 قرار گرفتــه و از نظــر ديناميكي معادل آن مي باشد استفاده كنيم. منظور از" ديناميكي معادل ، اينست كه اين لينك هنگامي كه تحت تأثير نيروي F قرار گرفت همان حركتي خواهد داشت كه ميله صلب در اثر اعمال نيروي F پيدا خواهد كرد. يعني مركز ثقل ميله معــادل همان شتاب a و شتاب زاويه α را خواهد داشت.

چنانچه سه رابطه زير برقرار باشد دو جسم از نظر ديناميكي معادل خواهند بود.

(۵-۱۲)

$$m_1 + m_2 = m$$

(۵-۱۳)

$$m_1 a_1 = m_2 a_2$$

(۵-۱٤)

$$m_1 a_1^2 + m_2 a_2^2 = J$$

۳ رابطه بالا داراي چهار مجهول a_1 و a_2 ، m_1 و m_2 بوده كه يكي از پارامترهاي مجهول را مي‌بايســتي انتخــاب كنيم تا بقيه مجهولات محاسبه شوند. چنانچه براي مثال پارامترهاي a_1 و a_2 را انتخاب كنــيم كليــه معــادلات را رعايــت ننموده ايم.

عبارت تقريبي گشتاور پيچشي ميل لنگ

"Approximate Expression for Turning Moment "

براي محاسبه گشتاور اعمالي به ميل لنگ از ميله بدون وزني كه دو وزنه در دو انتهاي آن قرار گرفته است جايگزين شاتون خواهد گرديد. بخاطر اينكه پارامترهاي a_1 و a_2 را معلوم فرض نموده‌ايم معادلات (۱۲-۵) تا (۱٤-۵) رعايت نخواهد شد. با فرض اينكه:

"m_1 = (جرم در انتهاي پيستون (معروف بانتهاي كوچك"

"m_2 =(جرم در انتهاي لنگ (معروف بانتهاي بزرگ"

بنابراين m_1 تنها حركت رفت و برگشتي داشته و m_2 تنها حركت دوراني خواهد داشت. جرم‌هاي m_1 و m_2 طوري انتخاب مي شود كه معادلات (۱۲-۵) و (۱۳-۵) رعايت شده باشد.

(۱۵-۵)

$$m_1 + m_2 = m_c$$

(۱٦-۵)

$$m_1 a_1 = m_2 a_2$$

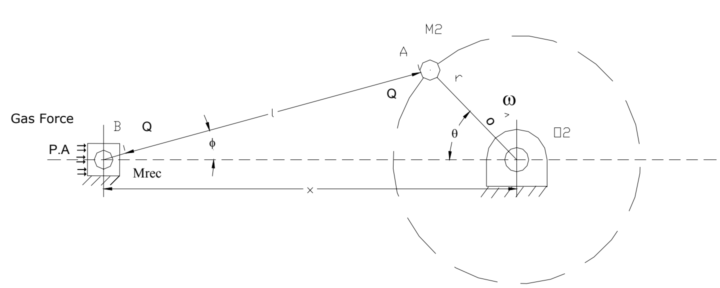
كه از آنجا می توان گفت:

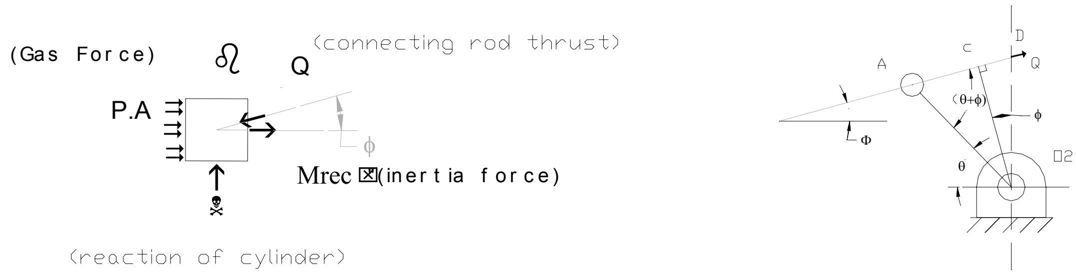
m_c = Mass of Connecting rod (جرم شاتون)

a_1 فاصله مركز ثقل تا انتهاي كوچك

a_2 فاصله مركز ثقل تا انتهاي بزرگ

عبارت پيچشي گشتاور ، كه با اين ميله بدون وزن بدست خواهد آمد تقريبي بوده است چون معادله (۱٤-۵) رعايت نشده است. بنابراين عبارت حاصل را بايستي تصحيح نمود كه در قسمت (۳-۵) توضيح داده خواهد شد. با در نظر گرفتن يك موتور افقي (شكل ۳-۵) كه در آن:





(شکل ۳-۵)

فشار موتور گاز بر روي پيستون ، بر حسب $\frac{kg}{cm^{۲}}$ **، هنگامي که لنگ باندازه** θ **چرخيده**	P
سطح پيستون بر حسب $cm^{۲}$	A

هدف پيدا کردن گشتاور محورك ميل لنگ در اين وضعيت مي باشد

وزن قسمت هايي که حرکت رفت و برگشتي دارند (نظير پيستون)	W_{rec}
باضافه وزن $m_{۱}g$ **شاتون در انتهاي کوچك**	
طول لنگ و شاتون بترتيب	r, L
زاويه شاتون با امتداد کورس پيستون	ϕ
نيروي شاتون بر حسب kg **که در امتداد شاتون خواهد بود.**	Q
سرعت زاويه اي لنگ	ω

با در نظر گرفتن دياگرام آزاد پيستون (شکل ۳-۵) همراه با نيروي اينرسي $\lambda = \frac{r}{L}$ ، $\frac{w_{rec}}{g}\ddot{x}$ **که از آنجا :**

واز (۹-۵) $\ddot{x} = -\omega^{۲} r(\cos\theta + \lambda \cos ۲\theta)$

و چون $\Sigma F_x = ۰$ **، خواهيم داشت :**

$$PA + \frac{Wrec}{g}\ddot{x} = Q\cos\phi$$

$$Q = \frac{PA + \frac{Wrec}{g}.\omega^{۲} r(\cos\theta + \lambda\cos ۲\theta)}{\cos\phi}$$

ممان توليدي بوسيله نيروي Q **حول محور دوران خواهد بود.**

$$M = Q.O_2C$$

که از آنجا O_2C خط عمود بر شاتون از نقطه O_2 مي باشد. از شکل ۳-۵ نتيجه مي شود :

$$O_2C = O_2B\sin(\theta+\phi) = r\sin(\theta+\phi) \qquad (۵\text{-}۱۸)$$

بايستي اشاره کرد که نيروي گريز از مرکز مربوط به m_2 و جرم لنگ نمي- توانند هچگونه گشتاوري حول نقطه O_2 توليد کنند.

در حالتي که موتور عمودي باشد ، W_{rec} نيز بايستي در معادله (۵-۱۷) مورد نظر قرار داد. بنابراين ، وقتي که x بطرف بالا منظور شود (يعني سيلندر بالاي ميل لنگ قرار گرفته باشد) ، داريم :

$$Q = \frac{PA - m_{rec}\omega^2 r(\cos\theta + \lambda\cos 2\theta)}{\cos\phi} \qquad (۵\text{-}۱۷a)$$

و

$$M = \frac{PA + W_{rec} - \frac{W_{rec}}{g}.\omega^2 r(\cos\theta + \lambda\cos 2\theta)}{\cos\phi} r\sin(\theta+\phi) \qquad (۵\text{-}۱۸)$$

فرم ديگري از معادله (۵-۱۸) بطريق زير بدست مي آيد. چنانچه O_2D عمود بر خط کورس پيستون باشد ، داريم

$$O_2D = \frac{O_2C}{\cos\phi}$$

از (۵-۱۸) داريم :

$$M = \left[PA - \frac{W_{rec}}{g}.\omega^2 r(\cos\theta + \lambda\cos 2\theta)\right]O_2D$$

با بکار بردن اصل کار مجازي ، بسادگي مي توان نشان داد که :

$$O_2D = -\frac{\dot{x}}{\omega}$$

(اثبات آن بعنوان تمرين بعهده خواننده است). با بکار بردن معادله (۵-۸) نتيجه مي شود :

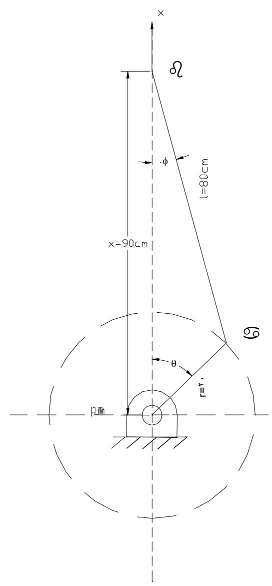
(۵-۱۹)

$$M = \left[PA - \frac{W_{rec}}{g}.\omega^2 r(\cos\theta + \lambda\cos 2\theta)\right] r\left(\sin\theta + \frac{\lambda}{2}\sin 2\theta\right)$$

بنابراين ، گشتاور اعمالي به ميل لنگ براي هر مقدار از زاويه θ را مي توان تقريباً از يکي از روابط (۵-۱۸) يا (۵-۱۹) را بدست آورد مشروط بر آنکه فشار مؤثر گاز را در آن لحظه داشته باشيم.

<u>*مسئله ۱-۵ :*</u> يك موتور تك سيلندر عمودي با قطر پيستون ۳۰/۵cm ، كورس پيستون ٤۰cm و طـول شـاتون ۸۰cm همانگونه كه در شكل ٤-٥ نشان داده شده موجود مي باشد. وزن قسمت‌هايي كه حركت رفت و برگشتي دارنـد ۱۳۵kg مـي باشد. وقتي كه پيستون در فاصله $\frac{L}{۴}$ كورس آن بوده و بطرف پايين حركت مي كند فشار مؤثر گاز ٦/٣٥ $\frac{kg}{cm^۲}$ مي باشـد. چنانچه سرعت موتور ۲۵۰r.p.m باشد گشتاور اعمالي به ميل لنگ را در آن لحظه نشان داده شده در شكل محاسبه كنيد.

حل :



$$S = ۲r = ۴۰cm,\ L = ۸۰cm$$

قطر سيلندر $d = ۳۰.۵cm$

$$r = ۲۰cm, \lambda = \frac{r}{l} = ۰.۲۵$$

$$W_{rec} = ۱۳۵kg, P = ۶.۳۵\frac{kg}{cm^۲}$$

$$A = \pi\frac{d^۲}{۴} = \frac{\pi}{۴}(۳۰.۵)^۲ = ۷۳۰cm^۲$$

$$N = ۲۵۰r.p.m.$$

$$\omega = \frac{۲\pi N}{۶۰} = ۲۶.۲\frac{rad}{sec}$$

در $\frac{۱}{۴}$ كورس

$$x = L + r - \frac{s}{۴} = L + \frac{r}{۲} = ۹۰cm$$

از معادلات (۱-۵) و (۲-۵) ، داريم :

$$x = L\cos\phi + r\cos\theta = ۹۰cm \qquad \textbf{(a)}$$

(b)

$$\cos\phi = \left(۱ - \lambda^۲\sin^۲\theta\right)^{\frac{۱}{۲}} = \left(۱ - ۰.۰۶۲۵\sin^۲\theta\right)^{\frac{۱}{۲}}$$

مقادير θ و ϕ از رابط (a) و (b) يا از اينكه بطور ترسيمي از شكل ٤-٥ بدست خواهد آمد.

$$\theta = ۵۵^\circ, \phi = ۱۲^\circ$$

$$\cos\theta = ۰.۵۷۴, \cos\phi = -۰.۳۴۲$$

$$\sin(\theta+\phi) = ۰.۹۲, \cos\phi = ۰.۹۷۸$$

بنابراین چون موتور عمودي است با استفاده از معادله (۵-۱۷b) داریم :

$$M = \frac{۰.۳۵\times ۷۳۰ + ۱۳۵ - \frac{۱۳۵}{۹.۸۱}\times ۰.۲(۲۶.۲)^{۲}(۰.۵۷۴ - ۰.۲۵\times ۰.۳۴۲)}{۰.۹۷۸}\times ۰.۲\times ۰.۹۲$$

$$= ۹.۸ kg - m$$

ضریب تصحیح براي گشتاور پیچشي

همانطوریکه قبلاً نیز توضیح داده شد ضریب تصحیحي جهت معادلات (۵-۱۸) و (۵-۱۹) بایستي منظور نمود زیرا ممان اینرسي میله بدون وزن (که جانشین شاتون گردیده است) ممان اینرسي واقعي شاتون حول محوري کـه از مرکـز ثقـل آن گذشته نمي باشد. چنانچه ممان اینرسي واقعي شاتون حـول محـوري از مرکـز ثقـل آن $J_c = m_c k^{۲}$ باشـد (k شـعاع ژیراسیون حول همان محور) ، ممان اینرسي میله معادل حول همان محور خواهد بود.

(۵-۲۰)

$$J_e = m_۱ a_۱^{۲} + m_۲ a_۲^{۲}$$

از معادلات (۵-۱۵) و (۵-۱٦) داریم :

$$m_۱ = \frac{m_c a_۲}{a_۱ + a_۲} \quad \text{و} \quad m_۲ = \frac{m_c a_۱}{a_۱ + a_۲}$$

با جایگزین کردن مقایر فوق در (۵-۲۰) نتیجه مي شود :

(۵-۲۱)

$$Je = m_c a_۱ a_۲$$

بنابراین مقدار تصحیح ممان اینرسي لینك معادل برابر است با :

$$Jc - Je = m_c (k^{۲} - a_۱ a_۲) \qquad (۵\text{-}۲۲)$$

و مقدار تصحیح گشتاور اینرسي لینك معادل (شکل ۵-۵) برابر است با :

$$(Jc - Je)\alpha = m_c (k^{۲} - a_۱ a_۲)\alpha \qquad (۵\text{-}۲۳)$$

در خلاف جهت α و $\alpha = \ddot{\phi}$ نمایانگر شتاب زاویه اي شاتون مي باشد.

مقدار تصحيح كننده كوپل اينرسي كه با معادله (۲۳-۵) نشان داده شده است مي تـوان بوسـيله دو نيـروي مـوازي و مختلف الجهت كه در دو انتهاي شاتون اعمال مي شود جايگزين نمود.

امتداد نيروهاي مذكور را عمودي گرفته تا معادلات افقي تعادل را بر هم نزند كـه در نتيجـه عبـارت تقريبـي گشـتاور پيچشي ميل لنگ بقوت خود باقي بماند. قدر مطلق نيروي Fc از رابطه زير قابل محاسبه خواهد بود.

$$F_C(L\cos\phi) = m_c\left(k^۲ - a_۱ a_۲\right)\alpha$$

$$F_c = \frac{m_c\left(k^۲ - a_۱ a_۲\right)\alpha}{L\cos\phi} \qquad \textbf{(۵-۲٤)}$$

مقدار گشتاور تصحيح كننده برابر گشتاور F_c (اعمالي به لنگ كه با خط چين مشخص شده) حول نقطه $O_۲$ است ، بنابراين ،

$$M_c = -F_c.r\cos\theta$$

$$= -\frac{m_c\left(k^۲ - a_۱ a_۲\right)\alpha}{l\cos\phi} r\cos\phi \qquad \textbf{(۵-۲۵)}$$

علامت منفي نشان دهنده آنست كه M_c در جهت خلاف عقربه هاي ساعت مي باشد. بنابراين گشتاور پيچشي واقعي عبارت است از :

$$M_t = M + M_c$$

در معادله (۲۵-۵) , $\alpha = \ddot{\phi}$ و از طريق زير محاسبه مي شود :

$$\cos\phi = \left(۱ - \lambda^۲ \sin^۲\theta\right)^{\frac{۱}{۲}}$$

$$= ۱ - \frac{\lambda^۲}{۲}\sin^۲\theta - \frac{\lambda^۴}{۸}\sin^۴\theta - \frac{\lambda^۶}{۱۶}\sin^۶\theta - ...$$

با ديفرانسيل گرفتن طرفين معادله نسبت بزمان و تقسيم بر $\sin\phi = \lambda\sin\theta$ داريم :

$$\dot{\phi} = \omega\left(\lambda\cos\theta + \frac{\lambda^۳}{۲}\sin^۲\theta\cos\theta + \frac{۳\lambda^۵}{۸}\sin^۴\theta\cos\theta - ...\right) \qquad \textbf{(۵-۲٦)}$$

با ديفرانسيل گرفتن مجدد نسبت بزمان نتيجه مي شود.

$$\frac{\ddot{\phi}}{\lambda} = -\omega^۲\left(C_۱\sin\theta - C_۳\sin ۳\theta\cos\theta + C_۵\sin ۵\theta - ...\right)$$

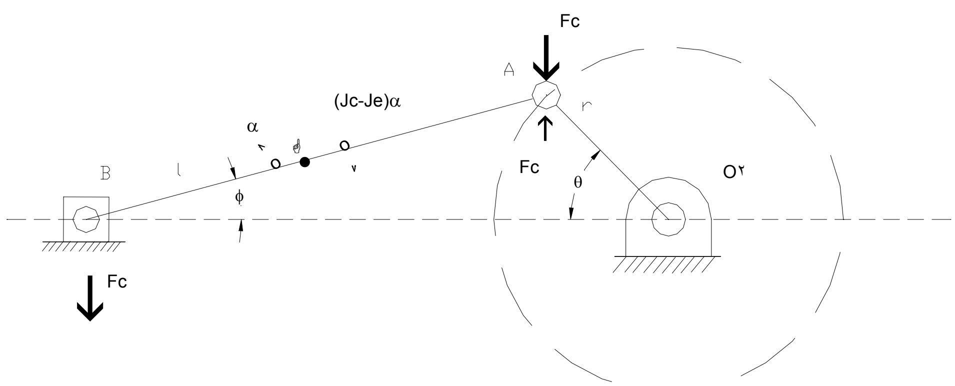
$$+\dot{\omega}\left(C_۱\cos\theta - \frac{C_۳}{۳}\cos ۳\theta + \frac{C_۵}{۵}\cos ۵\theta - ...\right)$$

که از آنجا :

$$C_1 = 1 + \frac{1}{8}\lambda^2 + \frac{3}{64}\lambda^4 + \ldots$$

$$C_3 = \frac{3}{8}\lambda^2 + \frac{27}{128}\lambda^4 + \ldots$$

$$C_5 = \frac{15}{128}\lambda^4 + \ldots$$



با صرفنظر کردن ترم هايي که شامل λ^2 و توان بالاتري باشند و با فرض اينکه ω ثابت است مي توان بنويسيم :

$$\alpha = \ddot{\phi} = -\omega^2 \lambda \sin\theta \qquad \textbf{(۵-۲۸)}$$

بنابراين معادله (۲۵-۵) بصورت زير در خواهد آمد.

$$M_c = \frac{m_c\left(k^2 - a_1 a_2\right)}{L\cos\phi}\omega^2 \lambda r \sin\theta\cos\theta \qquad \textbf{(۵-۲۹)}$$

مسأله ۵-۲ : **در مسأله (۱-۵) ،مرکز ثقل شاتون در فاصله ۵۰ سانتيمتري انتهاي کوچك آن مي باشد و شعاع ژيراسيون آن نسبت به محوري عمود بر مرکز ثقلش ۳۰cm است. وزن واقعي قطعاتي که حرکت رفت و برگشتي دارنـد ۹۰kg و شـاتون ۱۲۰kg فرض مي شود. گشتاور واقعي ميل لنگ را که وضعيت مسأله (۱-۵) نشان داده شده حساب کنيد.**

حل :

$m_c = ۱۲۰\text{kg} \quad ; \quad a_۱ = ۵۰\text{cm} \quad ; \quad a_۲ = ۳۰\text{cm}$

بنابراين :

$m_۱ = ۴۵\text{kg} \quad ; \quad W_{rec} = ۹۰ + ۴۵ = ۱۳۵\text{kg}$

$m_۲ = ۷۵\text{kg}$

با استفاده از مسأله (۱-۵) داريم :

$k = ۳۰\text{cm}$

$\theta = ۵۵^\circ \quad ; \quad \phi = ۱۲^\circ$

$\cos\theta = ۰.۸۲ \quad ; \quad \cos\phi = ۰.۹۷۸$

با استفاده از (۲۸-۵) :

$$\alpha = -\omega^۲ \lambda \sin\theta$$

$$\alpha = -(۲۶.۲)^۲ \times ۰.۲۵ \times ۰.۸۲ = -۱۴۰.۸ \frac{\text{rad}}{\sec^۲}$$

با استفاده از (۲٤-۵)

$$M_c = -۱۲۹۵ \times ۰.۲ \times ۰.۹۷۸ = -۲۵۲ (n.m)$$

گشتاور پيچشي (تقريباً) ميل لنگ $M = ۷۴۷۳ N.M$ **(با استفاده از مسأله ۱-۵) مي باشد. بنابراين گشتاور واقعي برابر است با :**

$$M_t = (۷۴۷۳ - ۲۵۲) = ۷۲۲۱ N.M$$

بنابراين مشاهده مي شود چنانچه از عبارت تقريبي استفاده خطاي تقريب در حدود ۲% تا ۳% خواهد بود.

دياگرام گشتاور پيچشی "TurningMoment Diagram"

گشتاور پيچشي M بعنوان تابعي از θ قبلاً بوسيله معادلات (۱۸-۵) و (۱۹-۵) بدست آمده اند. تغييرات M نسبت بـه θ را مي توان ترسيم نمود. چنانچه فشار مؤثر بر پيستون براي هر وضعيتي مشخص باشد. مقادير مختلف P براي هـر زاويـه θ از دياگرام انديكاتوري موتور را مي توان تعين نمود. مثال زير نحوه بدست آوردن اين منحني را براي يك موتـور احتـراق داخلي چهار ضربه را توضيح مي دهد.

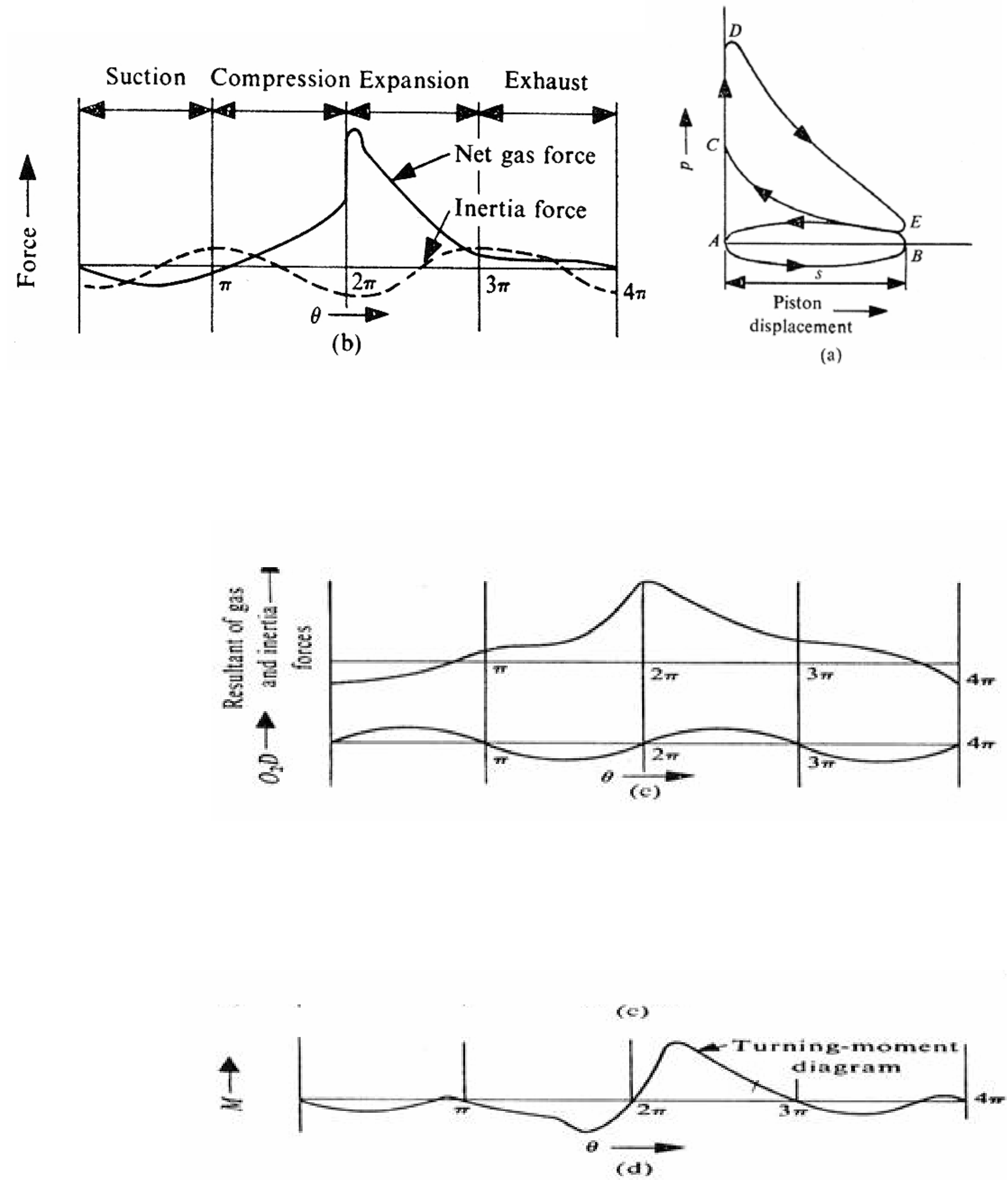


FIGURE 5.6

(شکل۶-۵)

دیاگرام اندیکاتوري براي موتور احتراق داخلي چهار زمانه در شکل (a-۵-٦) مشخص شده که فشار خالص P را بر حسب تغییر مکان پیستون نشان مي دهد. نیروي خالص گاز برابر با PA است. چون A ثابت است. نیرو نسبت بـه θ همـان تغییـرات p نسبت به θ خواهد بود. این در شکل (b-۵-٦) نشان داده شده است. تغییرات نیروي اینرسي نیز در شکل (b-۵-٦) نشان داده شده. با استفاده از معادله (۱۹-۵) و مراجعه بشکل (۳-۵) مي بینیم که :

$$M = \left(\text{نیروي گاز} + \text{اینرسی}\right) \times O_2D$$

در شکل (c-۵-٦) منتجه نیروي گاز و نیروي اینرسي و ابعاد O_2D براي مقادیر θ بین ۰ و 4π نشـان داده شـده اسـت. حاصل ضرب این دو مقادیر یعني گشتاور پیچشي M نسبت به θ در شکل (d-۵-٦) ترسیم شده است. بایستي توجه نمـود که مقدار M جاییکه یکي از این دو کمیت ها صفر باشند صفر خواهد بود. مشاهده مي شود که M در زمان انبساط کلاً مثبت بوده و در زمان تراکم کلاً منفي مي باشد. در سایر دو زمان قسمتي مثبت و قسمتي منفي خواهد بود. ضمناً گشتاور پیچشي را براي یك موتور چند سیلندر مي توان بوسیله جمع آثار مشخص نمود.

۵-٤- تغییرات سرعت میل لنگ

" Fluctuation of Crankshaft Speed"

در بیشتر موتورها ، گشتاور مقاوم M_R (که مخالف حرکت میل لنگ است) در طول یـك سـیکل ثابـت مـي مانـد در صورتیکه گشتاور محرك M تغییرات نسبتاً زیادي خواهد داشت. در نتیجه ، بجز حالت هاي استثنایي یعنـي ($M = M_R$) یك گشتاور غیر متعادل به میل لنگ اعمال مي شود که باعث کم کردن یا افزودن شتاب در طول مسیر مي گردد.

اگر شکل (۷-۵) نمایانگر گشتاور محرك موتوري در طول یك سیکل باشد سطح زیر نمودار گشتاور محرك محور- θ انرژي خروجي موتور را در یك سیکل مشخص مي کند. این موضوع بصورت ریاضي زیر مشخص مي شود :

(۳۰-۵)

$$E = \oint M d\theta$$

بنابراین گشتاور محرك متوسط در طول این سیکل برابر است با :

$$M_{av} = \frac{E}{\Theta} = \frac{1}{\Theta}\oint M d\theta = \frac{1}{\Theta}\int_0^{\theta} M d\theta \qquad (۳۱-۵)$$

(شکل ۷-۵)

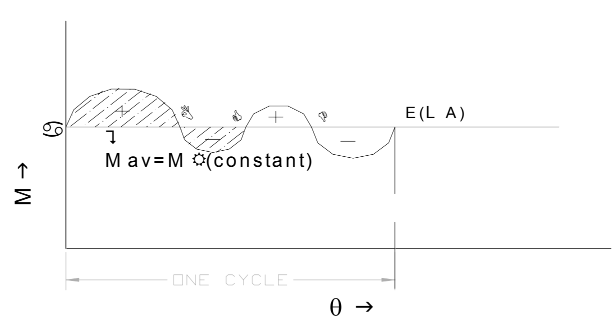


Figure ۵,۷

که از آنجا θ مقدار دوران در یك سیکل مي باشد (۲π براي موتور دو زمانه و ۴π براي موتور چهار زمانه). کـار نیـروي مقاوم در یك سیکل برابر است با $M_R\theta$. (چنانچه کار اخیر برابر با E باشد بنابراین هیچگونه نیروي ورودي به میل لنـگ در این سیکل اعمال نمي شود). بنابراین سرعت میل لنگ در ابتدا و انتهاي این سیکل برابر خواهد بود. این شرایط به حرکت یکنواخت معروف بوده و از نظر ریاضي با عبارت زیر نشان داده مي شود:

$$M_R = \frac{E}{\Theta} = M_{av}$$

چنانچه $M_R > M_{av}$ سرعت سیکل به سیکل دیگر کاهش مي یابد (در حالت توقـف) و اگـر $M_R < M_{av}$ سـرعت سیکل به سیکل دیگر افزایش مي یابد (در حالت شروع حرکت).

حالت هاي سه گانه بالا در شکل (۸-۵) نشان داده شده است. در اینجا فرض مي شود کـه حالـت تعـادل و یکنواخـت موجود بوده و تقریباً سرعت ثابت بوده با تغییرات گشتاور محرك در یك سیکل یعني $M_R = M_{av}$.

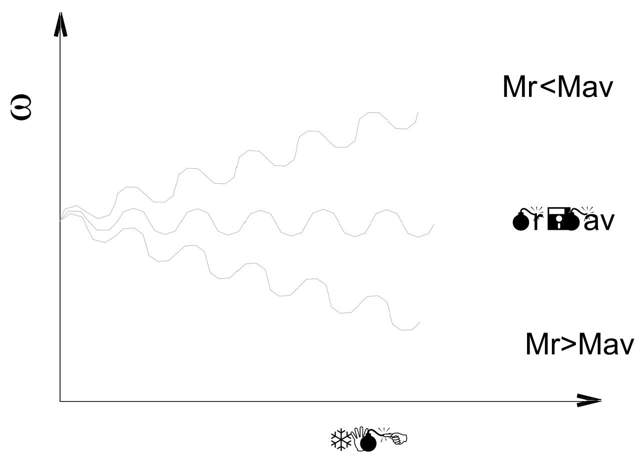


Figure ۵,۸

اکنون حالتي را بررسي مي کنیم که $M_R = M_{av}$ باشد. با توجه به شکل (۷-۵) نقاط A ، B و C و D و $E(\equiv A)$ محل تقاطع منحني M و خط M_R مي باشد. چون در فاصله A تا B ، $M > M_R$ ، سرعت میل لنـگ در فاصـله ایـن پریـود افزایش خواهد یافت. آنگاه در فاصله B و C ، $M < M_R$ و سرعت کاهش خواهد یافت و در بقیه فواصل نیـز بـه همـین ترتیب. انرژي جنبشي در نقطه B برابر است با :

$$E_B = E_A + \int_{\theta_A}^{\theta_B} (M - M_R) d\theta = E_A +$$ سطح هاشور خورده از A به B

بطریق مشابه :

$$E_C = E_B + \int_{\theta_B}^{\theta_C} (M - M_R) d\theta = E_B -$$ سطح هاشور خورده از Bبه C

و غيره .

بنابراين ، مي توانيم نقاط مربوط به انرژي جنبشي ماكزيمم يا مينيمم در يك سيكل را مشخص كنيم. واضح است كه اين نقاط مربوط است به سرعت هاي ماكزيمم و مينيمم. اختلاف انرژي جنبشي بين اين دو نقطه ماكزيمم تغييرات انرژي جنبشي ناميده شده و با $(\Delta k_E)_{max}$ نمايش مي‌دهد. از نظر رياضي ،

$$(\Delta k_E)_{max} = \int_{\theta_۱}^{\theta_۲} (M - M_R) d\theta \qquad (۵-۳۳)$$

بطوريكه $\theta_۱$ و $\theta_۲$ مربوط به وضعيت هايي است كه سرعت ماكزيمم و مينيمم است.

ضريب تغييرات انرژي در يك سيكل بصورت زير تعريف مي شود.

$$k_e = \frac{(\Delta k_E)_{max}}{E} \qquad (۵-۳٤)$$

كه مقدار E از رابطه (۳۰-۵) مشخص مي شود. ضريب تغييرات سرعت بصورت زير تعريف مي شود.

$$k_s = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{av}}$$

از آنجا كه ω_{av} سرعت زاويه‌اي متوسط ميل لنگ مي باشد وقتيكه تغييرات سرعت ناچيز باشد :

$$\omega_{av} \approx \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{۲}$$

۵-۵- فلايول (يك آناليز تقريبي):

در بخش هاي قبل ديديم كه تغييرات گشتاور محرك به تغييرات سرعت ميل لنگ منتهي خواهد شد. مقدار تغييرات گشتاور محرك يعني تغييرات انرژي جنبشي ميل لنگ بستگي به ماهيت دياگرام گشتاور محرك دارد. بهرحال ، مـاكزيمم تغييـرات مجاز سرعت فلايول براي منظوري كه موتور از آن استفاده مي شود تعيين مي گردد. بمنظور نگهداشـتن مـاكزيمم تغييـرات سرعت در يك حد معين براي يك تغييرانرژي جنبشي مشخص ، از يك فلايولي كه به ميل لنگ متصل شده باشد استفاده مي

گردد. فلايول باعث بالا بردن ممان اينرسي ميل لنگ خواهد شد. معمولاً از انرژي جنبشي كليه قطعاتي كـه حركـت دورانـي دارند نسبت به فلايول از آنها صرفنظر مي شود. بنابراين با استفاده از (۳۵-۵) داريم :

(۳٦-۵)

$$\left(\Delta kE\right)_{max} = \frac{۱}{۲} J_f \left(\omega_{max}^{۲} - \omega_{min}^{۲}\right) = J_f \omega_{av}^{۲} k_s$$

بنابراين براي يك مقدار $\left(\Delta kE\right)_{max}$ و ω_{av} ،اندازه ممان اينرسي چرخ لنگ ، $\left(J_f\right)$ ، را بـراي اينكـه k_s در حـد معيني نگهداشته شود مي توان محاسبه نمود. معادله (۳٦-۵) را بگونه اي ديگر نيز مي توان پيدا كرد :

$$J_f \alpha = \left(M - M_R\right) \qquad (۳۷-۵)$$

كه از آنجا :

α = شتاب زاويه اي فلايول = $\omega \frac{d\omega}{d\theta}$

بنابراين :

$$J_f \omega \frac{d\omega}{d\theta} = \left(M - M_R\right)$$

با انتگرال گيري در فاصله $\theta_۱$ و $\theta_۲$ داريم :

$$J_f \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \omega d\omega = \int_{\theta_۱}^{\theta_۲} \left(M - M_R\right) d\theta$$

با استفاده از (۳۳-۵) نتيجه مي شود :

$$\frac{۱}{۲} J_f \left(\omega_{max}^{۲} - \omega_{min}^{۲}\right) = \left(\Delta kE\right)_{max}$$

$$J_f \omega_{av}^{۲} k_s = \left(\Delta kE\right)_{max}$$

فلايول بعنوان يك مخزن انرژي عمل مي كند. بنابراين هنگاميكه $M > MR$ باشد انرژي فلايول افزايش يافتـه و در فاصله اي كه $M < M_R$ باشد انرژي جنبشي آن كاهش مي يابد بدون اينكه سرعت موتور از حد معيني بيشتر تغيير يابد.

مسأله ۳-۵ : دياگرام گشتاور محرك يك موتور چند سيلندر در شكل (۹-۵) نشان داده شده اسـت مقيـاس عمـودي دياگرام عبارت است از $۱cm = ۷۰۰۰ N - m$ كوپل ، و مقياس افقي ۱cm=۳۰° چرخش ميل لنگ است. سطوح گشتاور محرك در بالا و پايين خط مقاوم بر حسب سانتيمتر مربع از A به بعد بشرح زير است :

-۰,۵,+۱,۲,-۰,۹۵,+۱,۴۵,-۰,۸۵,+۰,۷۱,-۱,۰۶

سرعت موتور ۸۰۰r.pm. و تغييرات سرعت موتور از ۲% سرعت متوسط نمي بايست افزايش يابد. ممان اينرسي فلايول را محاسبه كنيد.

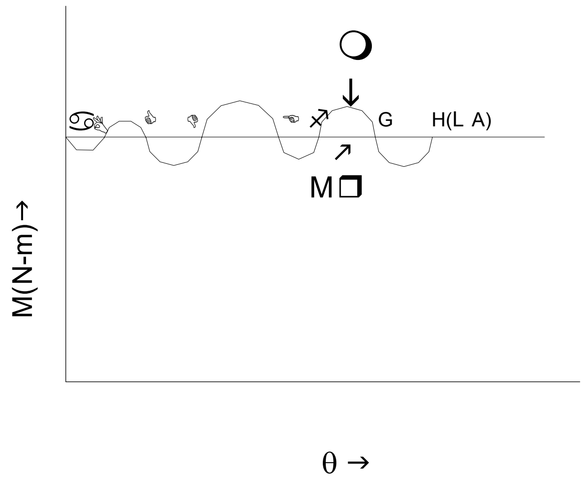


Figure ۵,۹

حل :

سطح $۱cm^۲$ **از گشتاور محرک دیاگرام نمایانگر**

$$۷۰۰\times\frac{\pi}{۶}=۳۶۷kg.m$$

انرژي مي باشد.

A و B و C و D وEوFوGوH نقاط تقاطع M_R **و گشتاور محرک مي باشند. چنانچه E_A سطح انرژي در نقطه A باشد ، بنابراين :**

$E_B = E_A - ۰,۵^*$

$E_C = E_B + ۱,۲ = E_A + ۰,۷$

$E_D = E_C - ۰,۹۵ = E_A - ۰,۲۵$

$E_E = E_D + ۱,۴۵ = E_A + ۱,۲\ ^*$

$E_F = E_E - ۰,۸۵ = E_A + ۰,۳۵$

$E_G = E_F + ۰,۷۱ = E_A + ۱,۰۶$

$E_H = E_G - ۱,۰۶ = E_A$

(همانطوريکه در سيکل مي بايد باشد)

بنابراين مشاهده مي شود که مينيمم سرعت در نقطه B بوده و ماکزيمم سرعت در نقطه E خواهد بود. بنابراين ،

E. Thus,

$$(\Delta kE)_{max}=E_E-E_B=(E_A+۱.۲)-(E_A-۰.۵)$$

$$=۱.۷cm^۲=۱.۷\times۳۶۷=۶۲۴kg-m$$

$$\omega_{av} = ۸۰۰ \frac{۲\pi}{۶۰} = ۸۳.۸^{\circ}/\sec$$

$$k_s = ۰.۰۲$$

با استفاده از (۳۶-۵) داریم :

$$J_f = \frac{(\Delta kE)_{max}}{\omega_{av}^{۲} k_s} = \frac{۶۲۴}{(۸۳.۸)^{۲} \times ۰.۰۲} = ۴.۴۳ kg - m - \sec^{۲}$$

مسأله ٤-٥- گشتاور اعمالي بميل لنگ يك موتور دو زمانه از رابطه زير تعيين مي شود :

$$M = ۱۵۰۰ + ۲۰۰ \sin ۲\theta - ۱۸۰ \cos ۲\theta kg - m$$

که θ زاویه لنگ از وضعیت نقطه مرگ بالا اندازه گیري مي شود. با فرض اينكه گشتاور مقاوم ثابت باشد ، معین کنید :

(i) توان موتور بر حسب اسب بخار در صورتیکه دور آن ۱۵۰r.p.m باشد.

(ii) ممان اینرسي فلايول در صورتیکه تغییرات سرعت از سرعت متوسط ۱۵۰ دور در دقیقه بیش از $\pm$ 5% نباشد.

(iii) شتاب زاویهاي فلايول را براي $\theta = ۳۰$

(iv) ماکزیمم زاویه اي که فلايول از يك فلايول فرضي جلو یا عقب مي افتد (چرخ لنگر فرضي با دور ثابت ۱۵۰r.p.m دوران مي کند).

حل :

(i) مجموع زاویه دوران لنگ در فاصله يك سیکل برابر با $\theta = ۲\pi$ مي باشد. از (۳۱-۵) داریم :

$$M_{av} = \frac{۱}{۲\pi} \int_{۰}^{۲\pi} M d\theta = \frac{۱}{۲\pi} \int_{۰}^{۲\pi} (۱۵۰۰ + ۲۰۰ \sin ۲\theta - ۱۸۰ \cos ۲\theta) d\theta = ۱۵۰۰ kg - m = M_R$$

بنابراین کار خروجي در يك دور برابر با $۱۵۰۰ \times ۲\pi$ و زمان لازم براي يك دور $\frac{۶۰}{۵۰}$ ثانیه مـي‌باشـد. بنـابراین کـار خروجي بر ثانیه برابر با :

$$۱۵۰۰ \times ۲\pi \frac{۱۵۰}{۶۰} \mathrm{kg-m}$$

و قدرت موتور (اسب بخار) مساويست با :

$$\frac{۱۵۰۰ \times ۲\pi \times ۱۵۰}{۷۵ \times ۶۰} = ۳۱۴\mathrm{hp}$$

(ii) دياگرام گشتاور پيچشي بوسيله شكل ۱۰-۵ نشان داده شده است.

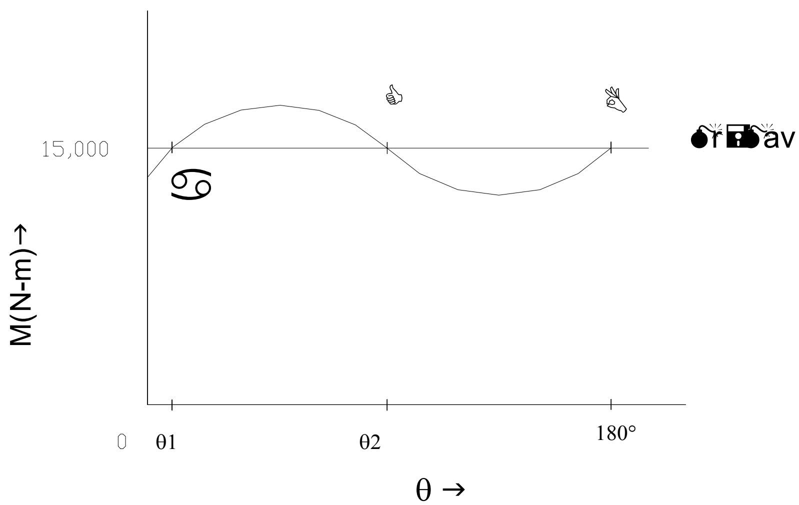


Figure ۵,۱۰

محل تقاطع M و M_R بوسيله رابطه زير تعيين مي گردد.

$$۲۰۰ \sin ۲\theta - ۱۸۰ \cos ۲\theta = ۰$$

$$\tan ۲\theta = ۰.۹$$

$$۲\theta_۱ = ۴۲^\circ \quad , \quad ۲\theta_۲ = \left(۱۸۰^\circ + ۴۲^\circ\right)$$

$$\theta_۱ = ۲۱^\circ \quad , \quad \theta_۲ = ۱۱۱^\circ$$

كه نتيجه مي شود :

از دياگرام مشخص است كه مينيمم و ماكزيمم سرعت در طول يك سيكل در نقـاط $\theta_۱$ و $\theta_۲$ اتفـاق خواهـد افتـاد.

بنابراين ، از معادله (۳۳-۵) نتيجه مي شود.

$$\left(\Delta kE\right)_{max} = \int_{\theta_۱}^{\theta_۲} \left(M - M_R\right) d\theta$$

$$= \int_{\theta_1}^{\theta_2} (200 \sin 2\theta - 180 \cos 2\theta) d\theta$$

$$= [90 \sin 2\theta - 100 \cos 2\theta]_{\theta_1}^{\theta_2} = 269.02 \text{kg} - \text{m}$$

$$\rightarrow k_s = 0.01, \omega_{av} = 150 \frac{2\pi}{60} = 15.7 \text{rad/sec}$$

از معادله (۳۶-۵) نتیجه مي شود :

$$J_f = \frac{269.02}{(15.7)^2 \times 0.01} = 109 \text{kg} - \text{m} - \text{sec}^2$$

ناگفته نماند که براي اين عبارت ويژه M ، $(\Delta kE)_{max}$ براي يك موتور چهار زمانه نيز همين مقدار خواهد بود.

(iii) هنگاميکه $\theta = 30^\circ$ ، $M = 1500 + 173.2 - 90 = 1583.2 \text{kg} - \text{m}$ بنابراين شتاب زاويه‌اي فلايـول از رابطه (۳۷-۵) محاسبه خواهد شد.

$$\alpha = \frac{M - M_R}{J_f} = \frac{83.2}{109} = 0.764 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$$

(iv) معادله حرکت ارتعاش زاويه اي چرخ لنگر از (۳۷-۵) بفرم زير است :

$$J_f \frac{d^2\theta}{dt^2} = M - M_R$$

$$= 200 \sin 2\theta - 180 \cos 2\theta \qquad \text{(a)}$$

بدون اينکه خطاي قابل ملاحظه اي بوجود آيد مي توانيم $\theta = \omega_{av}.t$ را در سمت راست معادله (a) ديفرانسيل جهت ساده کردن آن جايگزين کنيم.

$$J_f \frac{d^2\theta}{dt^2} = 200 \sin 2(\omega_{av}.t) - 180 \cos 2(\omega_{av}.t)$$

که با عمل انتگرال گيري نتيجه مي شود :

$$J_f \frac{d\theta}{dt} = -\frac{100}{\omega_{av}} \cos 2(\omega_{av}.t) - \frac{90}{\omega_{av}} \sin 2(\omega_{av}.t) + c_1$$

بنابراین :

$$\omega=\frac{d\theta}{dt}=-\frac{۱}{J_f\omega_{av}^{۲}}\left[۱۰۰\cos ۲(\omega_{av}.t)+۹۰\sin\cos ۲(\omega_{av}.t)\right]+c_{۲}$$

که از آنجا :

$$c_{۲}=\frac{c_{۱}}{J_f}$$

(ثابت انتگرال گيري $c_{۱}$)

اما :

$\omega=\omega_{min}$ وقتي كه $۲\theta=۲(\omega_{av}.t)=۴۲^\circ$

$\omega=\omega_{max}$ وقتي كه $۲\theta=۲(\omega_{av}.t)=۲۲۲^\circ$

با جايگزيني مقادير فوق در معادله (b) و جمع كردن آنها نمتيجه مي شود :

$$\omega_{min}+\omega_{max}=۲c_{۲}$$

$$c_{۲}=\frac{\omega_{min}+\omega_{max}}{۲}=\omega_{av}$$

با $c_{۲}=\omega_{av}$ و انتگرال گيري از معادله (b) خواهيم داشت :

$$\theta=(\omega_{av}.t)=\frac{۱}{J_f\omega_{av}^{۲}}\left[۶۰\sin ۲(\omega_{av}t)-۴۵\cos ۲(\omega_{av}t)\right]+c_{۳}$$

كه $c_{۳}$ ثابت انتگرال گيري بوده و با فرض $\theta=۰$ نتيجه می- شود:

$$c_{۳}=-\frac{۴۵}{J_f\omega_{av}^{۲}}$$

بنابراین :

$$\theta-(\omega_{av}.t)=\frac{۱}{J_f\omega_{av}^{۲}}\left[۴۵\cos ۲(\omega_{av}t)-۵۰\sin ۲(\omega_{av}t)\right]-\frac{۴}{J_f}$$

از آنجا :

$$\left[\theta-(\omega_{av}.t)\right]_{max}=\frac{۱}{J_f\omega_{av}^{۲}}\left(۴۵^{۲}+۵۰^{۲}\right)^{\frac{۱}{۲}}-\frac{۴۵}{J_f\omega_{av}^{۲}}=\frac{۲}{J_f\omega_{av}^{۲}}\qquad \text{radian}$$

$$=۰.۰۴۷۴^\circ \qquad \text{leading}$$

$$\left[\theta-\left(\omega_{av}.t\right)\right]_{\min}=-\frac{۱}{J_f\omega_{av}^{۲}}\left(۴۵^{۲}+۵۰^{۲}\right)^{\frac{۱}{۲}}-\frac{۴۵}{J_f\omega_{av}^{۲}}=-\frac{۱۱۲°.۳}{J_f\omega_{av}^{۲}}\quad radian$$

$$=-۰.۲۳۸°\quad \text{lagging}$$

بنابراين ماكزيمم زاويه‌اي كه فلايول جلو و عقب مي‌افتد بترتيب برابرست با ۰.۰۴۷۴° و۰.۰۵-

نقش فلايول در دستگاه در دستگاه پرس

"The Flywheel in a punching press"

در بخش قبلي نقش فلايول را براي كاهش دادن تغييرات سرعت يك موتور كه گشتاور محرك آن متغير و بـار وارد بـر موتور ثابت فرض شده بود بررسي گرديد. همينطور هنگاميكه نيروي اعمالي به موتور ثابت باشد و بـار موتـور متغيـر باشـد بمنظور منظم تر كردن سرعت موتور از چرخ لنگر استفاده مي شود. اين حالت براي مثال ، در ماشين پرس موجود خواهد بود.

شكل ۱۱-۵ شماتيك يك دستگاه پرس را نشان مي دهد. ابزار پاسخ در حكم قطعه لغزنده مكانيزم لنگ و لغزنده است. بازوي لنگ بوسيله يك موتور با سرعت و گشتاور تقريباً ثابت دوران مي كند. در شكل ۱۱-۵ ديده مي شود كـه بـار فقـط در فاصله $\theta=\theta_۱$ تا $\theta=\theta_۲$ ، هنگامي كه عمل پانچ كردن صورت مي گيرد وجود دارد و در بقيه سيكل عملاً نيروي بار صفر اسـت. چنانچـه از فلايـول استفاده نشود سرعت فلايول در فاصله $\theta=\theta_۲$ تا $\theta=۲\pi(=۰)$ بطور قابل ملاحظه اي افزايش مي يابـد ، و از $\theta=۰$ تـا $\theta=\theta_۱$ نيزاي‌نگونـه است. همينطور در فاصله $\theta=\theta_۱$ تا $\theta=\theta_۲$ بخاطر وجـود بـار بـيش از انرژي توليد در مقابل موتور سرعت آن بطور قابل ملاحظه اي كاهش خواهـد يافت. انرژي اضافي موجود در يك سيكل در فلايول ذخيره گشته و كمبـود در مرحله ديگر بوسيله فلايول تأمين مي گردد تا اينكـه تغييـرات سـرعت موتور در حد معين و قابل قبولي باقي بماند. اين عمل بـا انتخـاب فلايـولي مناسب (ممان اينرسي صورت مي پذيرد.)

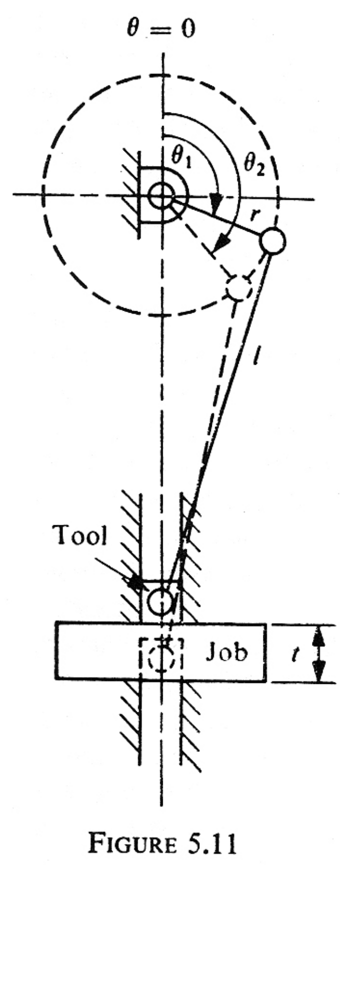


FIGURE 5.11

چنانچه E انرژي لازم براي يك پانچ باشد كه بوسيله اندازه سوراخ پانچ ، ضخامت و خواص جسم مشخص مي شود. بـراي كـار يكنواخـت (يعنـي سرعت تقريباً ثابت بماند) انرژي اعمالي به ميل لنگ در يـك دور بايسـتي

برابر با E باشد (تنها يك پانچ در يك دور).

انرژي اعمالي بميل لنگ در زمان پاسخ تقريباً برابر است با :

$$E\frac{\theta_۲-\theta_۱}{۲\pi}$$

چنانچه لنگ با سرعت ثابت دوران كند ،كه تقريباً بخاطر فلايول نيز همينطور است. بقيه انرژي لازم براي پانچ كه برابـر است با :

$$E\left(۱-\frac{\theta_۲-\theta_۱}{۲\pi}\right)$$

بوسيله فلايول تأمين مي شود كه با كاهش انرژي جنبشي آن زمانيكه سرعت آن از ω_{max} به ω_{min} كاهش مي يابـد صورت مي گيرد.

$$(\Delta kE)_{max}=E\left(۱-\frac{\theta_۲-\theta_۱}{۲\pi}\right)=\frac{۱}{۲}J_f\left(\omega_{max}^۲-\omega_{min}^۲\right)=J_f\omega_{av}^۲k_s$$

كه همان معادله ٣٦-٥ است.

مقادير $\theta_۱$ و $\theta_۲$ را مي توان محاسبه نمود چنانچه شعاع لنگ r ، طول شاتون l ، و وضعيت قطعه نسـبت محـور ميـل لنگ و ضخامت قطعه مشخص باشد. در صورت نداشتن اطلاعات فوق با فرض ثابت بودن سرعت ابزار پانچ داريم.

$$\frac{\theta_۲-\theta_۱}{۲\pi}\approx\frac{t}{۲s}=\frac{t}{۴r}$$

كه پارامتر s كورس دستگاه پانچ مي باشد.

<u>مسأله ٥-٥-</u> **جهت پانچ كردن سوراخي بقطر ۳,۸cm در صفحه به ضخامت ۳,۲cm مقـدار ۶۰kg-m كـار بـراي يـك سانتيمتر مربع از سطح برش لازم است. كورس دستگاه پانچ ۱۰,۲cm و در هر دقيقه ۶ پانچ صورت مي گيرد. ماكزيمم سرعت فلايول در فاصله شعاع ژيراسيون آن $۲۷.۵\frac{m}{sec}$ است. وزن فلايول را بگونه اي محاسبه كنيد كه سرعت فلايول در همـان نقطه از ۲۴,۵ $\frac{m}{sec}$ كمتر نگردد.**

همينطور توان موتور محركه ماشين را بر حسب اسب بخار حساب كنيد.

حل :

سطح برش جهت يك پانچ $A_s=\pi dt$

که از آنجا :

d= قطر سوراخ = ۳,۸cm

t= ضخامت قطعه = ۳,۲cm

که نتیجه مي شود $A_s = ۳۸.۲cm^۲$ **. همچنين انرژي لازم براي يك پانچ برابر است با :**

$$E = ۶۰ \times ۳۸.۲ = ۲۲۹۲ kg - m$$

با استفاده از (۵-۳۸)

$$\frac{\theta_۲ - \theta_۱}{۲\pi} = \frac{t}{۲s} = \frac{۳.۲}{۲۰.۴}$$

معادله (۵-۳۷) مي شود :

$$(\Delta kE)_{max} = E\left(۱ - \frac{t}{۲۵}\right) = \frac{۱}{۲} J_f \left(\omega_{max}^۲ - \omega_{min}^۲\right)$$

$$۲۲۹۲\left(۱ - \frac{۳.۲}{۲۰.۴}\right) = \frac{۱}{۲} W_f k^۲ \left(\omega_{max}^۲ - \omega_{min}^۲\right)$$

جائيکه k شعاع ژيراسيون فلايول بوده و ω_f **وزن آن مي باشد. همچنين :**

$$V_{max} = k\omega_{max} = ۲۷.۵ \frac{m}{sec}$$

$$V_{min} = k\omega_{min} = ۲۴.۵ \frac{m}{sec}$$

نتيجه مي شود :

$$۲۲۹۲ \times \frac{۱۷.۲}{۲۰.۴} = \frac{۱}{۲} W_f \left[(۲۷.۵)^۲ - (۲۴.۵)^۲\right]$$

$$= \frac{۱}{۲} W_f \times ۱۵۸$$

$$W_f = \frac{۲۲۹۲ \times ۳۴.۴}{۲۰.۸ \times ۱۵۸} = ۲۴۴ kg$$

انرژي لازم در يك دقيقه $۶ \times ۲۲۹۲ kg - m$

بنابراين :

توان موتور $= \frac{۶ \times ۲۲۹۲}{۷۵ \times ۶۰} = ۳.۰۶ hp(metric) = ۲.۲۹۲(KW)$