

گروه آموزشی مهندس فضلی
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
 کنکور ارشد - کنکور کارشناسی به کارشناسی
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
 www.pasokh.org

پاسخ تشریحی سوالات کنکور کارشناسی ارشد ۸۷

رشته: درس: منطبق با شماره سوالات دفترچه

استاد پاسخگو: مهندس فضلی

حجری

www.pasokh.org

۰۹۱۲۳۵۷۱۲۰۴

www.pasokh.org

ترتیب ۱

33) $(x^2 - \frac{1}{x} + 3)^5 = (x^2 - x^{-1} + 3)^5$ $\begin{cases} a = x^2 \\ b = -x^{-1} \\ c = 3 \end{cases}$

هم‌تساوی = $\frac{5!}{i!j!k!} (x^2)^i (-x^{-1})^j (3)^k$ $2i - j = 0 \rightarrow j = 2i$

$i + j + k = 5 \xrightarrow{j=2i} 3i + k = 5 \rightarrow k = 5 - 3i$ $k \geq 0 \rightarrow \begin{cases} i=0 \\ j=0 \\ k=5 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} i=1 \\ j=2 \\ k=3 \end{array} \right.$

هم‌تساوی = $A_0 + A_1$ $A_0 = \frac{5! \cdot x^3}{1! \cdot 1! \cdot 5!} = 243$

$A_1 = \frac{5! \cdot x \cdot 1 \cdot 1 \cdot x^3}{1! \cdot 2! \cdot 3!} = 270$ $\text{هم‌تساوی} = 243 + 270 = 513$

34) توابع $y = \log(x + \sqrt{x^2 - 1})$ و $y = \log(x - \sqrt{x^2 - 1})$ متقابل در نقطه $(1, 0)$ هستند.

35) $y = \log(x + \sqrt{x^2 - 1})$ $x \geq 1$

$x \rightarrow \infty \rightarrow y \rightarrow \infty$

$x = 1 \rightarrow y = \log 1 = 0$

ترتیب ۳

36) ترتیب ۴ ، توابع $y = \log(x + \sqrt{x^2 - 1})$ و $y = \log(x - \sqrt{x^2 - 1})$ متقابل در نقطه $(1, 0)$ هستند.

www.pasokh.org

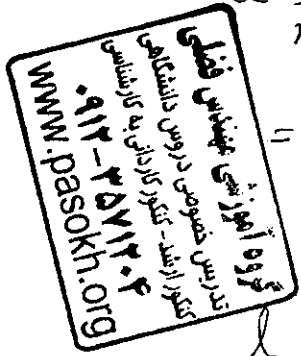
گروه آموزشی مهندس فضلی
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
 کنکور ارشد - کنکور کارشناسی به کارشناسی
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
 www.pasokh.org

37) نرینه 1

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} (\ln(1+x) + \ln(1-x)) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x^2)}{x^2} = \frac{0}{0}$$

لهورتال

$$= \frac{-2x}{2x^2} = -\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{2x(1-x^2)} = -\frac{1}{1} = -1$$



38) نرینه 4

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \frac{4}{3} \xrightarrow{\text{هورتال}} f'(1) = \frac{4}{3}$$

$$y = f\left(\frac{2}{x}\right) \rightarrow y' = -\frac{2}{x^2} f'\left(\frac{2}{x}\right) \xrightarrow{x=2} y' = -\frac{2}{4} f'(1) = -\frac{2}{4} \times \frac{4}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$m = \frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{4t-2}{2t+3} \Big|_{t=2} = \frac{6}{7}$$

39) نرینه 4

$P_{x=2} \Big| \begin{matrix} x=2 \\ y=-1 \end{matrix}$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y + 1 = \frac{6}{7}(x - 2)$$

~~$7y + 7 = 6x - 12 + 14 \rightarrow 7y = 6x - 20$~~

~~$y = x \rightarrow 7y = 6x \rightarrow 7x = 6x - 20 \rightarrow x = -20$~~

$$y + 1 = \frac{6}{7}(x - 2)$$

$$7y + 7 = 6x - 12 \xrightarrow{y=x} 7x + 7 = 6x - 12$$

~~$-13x = -19$~~

$$x = -19$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 + \sqrt[3]{1+2x}}{x + \sqrt{2+x}} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(1+2x)^{\frac{1}{3}}}{x + \sqrt{2+x}}$$

40) لهورتال

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{1}{3}(2)(1+2x)^{-\frac{2}{3}}}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2+x}}} = \frac{\frac{2}{3}(1)}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{9}$$

نرینه 3

پاسخ تشریحی سوالات کنکور کارشناسی ارشد ۸۷
 رشته: درس: منطبق با شماره سوالات دفترچه

استاد پاسخگو: مهندس فضلی

www.pasokh.org

۰۹۱۳۳۵۷۱۲۰۴

www.pasokh.org

نزین

(41) $0.7(120)x + 16200 = 120x \rightarrow x = 450$

(42) $y = \frac{2x+1}{x-2}$, $x = t^2 - t$, $t = \sqrt{2p+1}$ $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{p=4}$

$p = 4 \rightarrow t = \sqrt{2 \times 4 + 1} = 3 \rightarrow x = 3^2 - 3 = 6 \rightarrow y = \frac{13}{4}$

$\frac{dy}{dp} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{dp} = \left[\frac{2(x-2) - (2x+1)}{(x-2)^2} \right] [2t-1] \left[\frac{2}{2\sqrt{2p+1}} \right]$

$\frac{dy}{dp} = \left[\frac{-5}{16} \right] [5] \left[\frac{1}{3} \right] = -\frac{25}{48}$

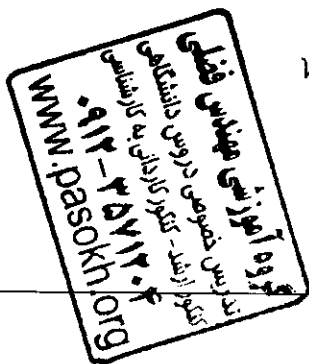
$\frac{dp}{dy} = -\frac{48}{25} = -1.92$ نزین

(44) $y' = x - 2 + \frac{1}{x-1}$ $m_{t=6} = -1 \rightarrow m_{t=y} = 1$

$1 = x - 2 + \frac{1}{x-1} \rightarrow \boxed{x=2} \rightarrow y = \frac{1}{2} \times 4 - 4 + \ln 1$

$x+y = a \rightarrow 2 + (-2) = a \rightarrow \boxed{y = -2}$
 $a = 0$

نزین



$$e^{2z-y} + x^2 z - xy^3 = 34 \quad \text{سزینہ 3} \quad (45)$$

از کس نسبت ی مشتق کریں

$$\left[2 \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) - 1 \right] e^{2z-y} + x^2 \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) - x(3y^2) = 0$$

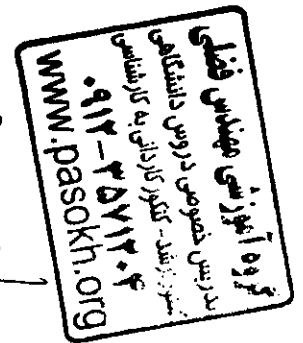
$$\left[2 \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) - 1 \right] e^{\dots} + 9 \frac{\partial z}{\partial y} - (-3)(3)4 = 0$$

$$2 \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) - 1 + 9 \frac{\partial z}{\partial y} + 36 = 0 \rightarrow 11 \frac{\partial z}{\partial y} = -35 \rightarrow \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-35}{11}$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy \quad \text{سزینہ 2} \quad (46)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x+y - (x-2y)}{(x+y)^2} = \frac{3y}{(x+y)^2} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-2(x+y) - (x-2y)}{(x+y)^2} = \frac{-3x}{(x+y)^2} = \frac{-3}{9}$$



$$dz = \left(\frac{6}{9} \right) x (0.05) + \left(-\frac{3}{9} \right) (0.01) = \frac{27 \times 0.01}{9} = 0.03$$

$$f_{xx=0} \rightarrow 6x^2 - 6y = 0 \rightarrow y = x^2$$

$$f_{yy=0} \rightarrow -6x + 6y^2 = 0 \rightarrow y^2 = x \rightarrow \begin{cases} (0,0) \\ (1,1) \end{cases}$$

$$f_{xx} = 12x$$

$$f_{xy} = -6$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 12x & -6 \\ -6 & 12y \end{vmatrix}$$

$$f_{yy} = 12y$$

$$f_{yx} = -6$$

$\Delta < 0$
 $f_{xx} > 0$
 (1,1)

پس

سزینہ 3

(47)

پاسخ تشریحی سوالات کنکور کارشناسی ارشد ۸۷
 رشته: درس: منطبق با شماره سوالات دفترچه

استاد پاسخگو: مهندس فضلی

www.pasokh.org

۰۹۱۲۳۵۷۱۲۰۴

www.pasokh.org

(48)

$$x^2 = y^2 = z^2 \rightarrow 3x^2 = 12 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = 2 \rightarrow y = 2 \rightarrow z = 2$$

$$xyz = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

زیر ۲ ✓

(49)

$$u = (x^2 + y^2) \ln \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{1}{2} (x^2 + y^2) \ln(x^2 + y^2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = x \ln(x^2 + y^2) + (x^2 + y^2) \times \frac{2x}{x^2 + y^2} = x \ln(x^2 + y^2) + x$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \ln(x^2 + y^2) + \frac{2x^2}{x^2 + y^2} = \ln(r^2) + \frac{2x^2}{r^2}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \ln(r^2) + \frac{2y^2}{r^2}$$

زیر ۲ ✓

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2 \ln r^2 + 2 = 4 \ln r + 2$$

(50) زیر ۳ ✓

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^x \sqrt{16 + 9e^x} dx = \frac{1}{9} \times \frac{2}{3} (16 + 9e^x) \sqrt{16 + 9e^x} \Big|_{-\infty}^{\infty}$$

$$= \frac{2}{27} [25 \times 5 - 16 \times 4] = \frac{122}{27}$$

گروه آموزشی مهندس فضلی
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
 کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
 www.pasokh.org

$y=0 \rightarrow x=-2$ $A = \int_{-2}^{\infty} (x+2)e^{-x} = \int_{-2}^{\infty} x e^{-x} - 2 \int_{-2}^{\infty} e^{-x}$ (51)

$\begin{cases} e^{-x} dx = dv \rightarrow v = -e^{-x} \\ x = u \rightarrow du = dx \end{cases} \int x e^{-x} = -x e^{-x} + \int e^{-x} = -x e^{-x} + \frac{e^{-x}}{-1}$

$A = -x e^{-x} + \frac{e^{-x}}{-1} + 2 e^{-x} = e^{-x} (1-x) \Big|_{-2}^{\infty} = 0 - \frac{2}{e^2} (5)$
 $= 1 - e^{-2} (3)$

$\sum \frac{2}{n^2 + 2n} = \sum \frac{2}{n^2 (1 + \frac{2}{n})} = \sum \frac{1}{n} \times \frac{2}{(1 + \frac{2}{n})}$ (52)

~~$\int \frac{2}{x^2 + 2x} = \int \frac{2}{x(x+2)} = \int \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}$~~ (52)

$\sum \frac{2}{n^2 + 2n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) = \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$
 $= 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

گروه آموزشی مهندسی فضای
 تدریس خصوصی دروس دانشگاهی
 کنکور ارشد - کنکور کاردانی به کارشناسی
 ۰۹۱۲-۳۵۷۱۲۰۴
 www.pasokhi.org

$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & a & 3 \\ 8 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 2(3a+3) - 1(3-24) + (-1-24) = 0$ (53)
 $6a+6-3+24+1+8a = 0$
 $14a+28 = 0 \rightarrow a = -2$

$(A^{-1})_{(3,2)} = \frac{M_{(2,3)}}{|A|} = \frac{M_{2,3}}{|A|} = \frac{(-1)^{2+3} \det(2,3)}{|A|} = \frac{-1 \det(2,3)}{|A|}$ (54)

$|A| = -1(-3) - 1(-6) = 9 = \frac{1}{9}$

$\det_{2,3} = -1$

۱ نرینه